

Sul postulato della velocità unidirezionale della luce

Nella formulazione standard della *special relativity*, Einstein fissa due principi, che potrebbero essere definiti *principio di unidirezionalità della luce* e *principio di special relativity*. Il primo afferma che la velocità unidirezionale della luce è una costante in tutte le direzioni in tutti i sistemi inerziali, il secondo, nelle parole di Einstein:

If, relative to K , K' is a uniformly moving co-ordinate system devoid of rotation, then natural phenomena run their course with respect to K' according to exactly the same general laws as with respect to K .¹

Questo secondo principio può essere esplicitato nei due seguenti²:

- *Reciprocity of relative velocities*: If inertial frame K' has a relative velocity v with respect to inertial frame K , then frame K has a relative velocity $-v$ with respect to frame K'
- *Reciprocity of relative lengths*: Given two inertial frames K and K' in relative motion and standard orientation, then the length in K of a rod s units long in K' is equal to the length in K' of a rod s units long in K – provided that both rods have the same orientation in their respective rest-frames.

John Winnie ha proposto una teoria modificata che *ridefinisce* questi principi fondamentali come segue:

- *Round-Trip Light Principle*: The average round-trip speed of any light-signal propagated (in vacuo) in a closed path is equal to a constant c in all inertial frames of reference.
- *Principle of Equal Passage-Times*: Let K and K' be two inertial frames in relative motion, and let A and A' be arbitrary points on the x-axes of K and K' respectively. Let Δt be the time-interval in K of the passage of a rod at rest in K' of rest length s past the point A in K , and let $\Delta t'$ be the time-interval in K' of the passage of a rod at rest in K of rest length s past the point A' in K' . Then $\Delta t = \Delta t'$.
- *Principle of Linearity*: For any two inertial frames K and K' , regardless of the choices of ϵ in K and K' , any point P in constant straight line motion with respect to K is also in constant straight-line motion with respect to K' , and conversely.

Prima di derivarne le conseguenze matematicamente, è opportuno approfondire le ragioni che hanno portato a considerare questa possibilità. In un contesto di *special relativity*, con riferimento al diagramma di Minkowski della *Figura 1*, la relazione tra gli eventi in P e

¹ [Einstein, 1961] 100th anniversary edition pag. 24

² [Winnie, 1970] pag. 229-231, anche per i seguenti principi citati; in questa sezione si fa riferimento al lavoro [Winnie, 1970], preferito rispetto a [Edward, 1963] per le impostazioni delle trasformazioni di Lorentz modificate (generalizzate)

quelli esterni al *cono di luce* (ad esempio a, b) è da considerarsi convenzionale, perché per l'impossibilità di misurare la velocità della luce se non in un percorso chiuso (*round-trip*), si possono considerare le velocità medie di andata e di ritorno lungo la stessa direzione definite rispettivamente come³:

$$\vec{c} = \frac{c}{2\varepsilon} \quad \text{e} \quad \bar{c} = \frac{c}{2(1-\varepsilon)} \quad \text{con } 0 < \varepsilon < 1 \quad [1]$$

e per l'intero percorso a una distanza d si conferma l'indipendenza da ε :

$$\text{velocità della luce} = \frac{2d}{t} = \frac{2d}{\frac{d}{\bar{c}_1} + \frac{d}{\bar{c}_2}} = \frac{2}{\frac{2\varepsilon}{c} + \frac{2(1-\varepsilon)}{c}} = c. \quad [2]$$

Questa convenzionalità condiziona la *simultaneità* e fa mancare il significato fisico delle relazioni di passato, presente e futuro di P con punti esterni al *cono di luce*, poiché scegliendo opportunamente ε , ognuno di questi punti, ad esempio il punto a nella *Figura 1*, può essere considerato simultaneo a P in quel sistema di riferimento. Il fatto che ogni punto esterno al *cono di luce* possa essere considerato reale non è più questione di convenzione ma di *realtà*. Il ragionamento si può ripetere ad esempio per lo stesso punto a , esterno al *cono di luce* di P , rispetto al punto f , esterno al *cono di luce* di a , ottenendo che qualunque punto sia reale per qualunque altro punto, indipendentemente dal sistema di riferimento.

Figure 1

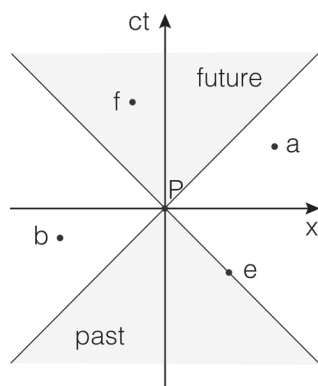


Diagramma di Minkowski, un modo grafico per rappresentare gli eventi nello spaziotempo quadridimensionale, considerando un piano cartesiano con sole due coordinate, convenzionalmente x e ct (dimensionalmente una lunghezza), che identifica il cono di luce e gli eventi causalmente connettabili, oggetto delle considerazioni dell'approfondimento

Le criticità della tesi di [Weingard, 1972] sono che il presente di P può contenere coppie di punti (o eventi) separati da distanze temporali arbitrarie e che «un osservatore collocato in P non può percepire il presente! La regione di tipo spazio rispetto a P è infatti non causalmente connettabile con P e percepire implica certamente interagire causalmente con il percepito»⁴.

Se si considera, da un punto di vista logico, la *simultaneità* di due eventi in relazione a una

³ [Weingard, 1972] pag 119; nel seguito i dettagli matematici

⁴ [Dorato, 2013] pag. 49

velocità unidirezionale della luce, che può essere immaginata dipendente da un parametro, ne consegue l'impossibilità di misurarne la velocità se non in un percorso chiuso (*round-trip*). Questa tesi sulla convenzionalità della simultaneità (*conventionality of simultaneity*, *CS thesis*), di seguito approfondita, si deve a Reichenbach⁵ e Adolf Grünbaum (1923-2018).

In epoche recenti sono stati fatti vari esperimenti per tentare di dimostrare che la velocità *one-way* della luce coincide effettivamente con c ma non hanno avuto successo, come riassunto in [Zhang, 1997], libro dedicato alle prove sperimentali di test della *special relativity*. Uno dei problemi non superabili è la sincronizzazione dei due orologi da utilizzare, che presentano uno scorrere del tempo diverso in base alla posizione nella quale si trovano: anche immaginando che uno si sposti rispetto all'altro a velocità non relativistiche per mantenere una iniziale sincronizzazione, il problema resterebbe rispetto a effetti gravitazionali diversi che condizionerebbero lo scorrere locale del tempo dei due orologi posti in posizioni diverse o rispetto a un terzo osservatore che non concorderebbe sulla loro sincronizzazione.

Si riportano per completezza in *Figura 2* i prospetti con i risultati (a tutto il 1997) di questi test sulla costanza della velocità della luce e sull'indipendenza dalla sorgente della velocità della luce.

Nello stesso riassunto dei risultati di [Zhang, 1997] pag 171:

[...] We have shown that the *two-way* velocity of light has been proven to be constant by means of the experiments and at the same time the *one-way* velocity of light has been proven to be independent of the motion of light source. It is needed to point out that the "independence" does not mean that either the *one-way* velocity c_r of light is equal to the *two-way* velocity c of light or the *one-way* velocity of light is isotropic.

La velocità c resta quindi un postulato, come l'isotropia dello spazio.

⁵ [Reichenbach,1956] pag. 123-128 per le relazioni sul tempo

Figura 2

Table 8.1. Summary of Experiments on the Constancy of the Light Velocity

Year	Experiment	Method used	Upper limit on "ether drift" (km/s)
1881	Michelson [6]	Optical technique	21.1
1887	Michelson and Morley [7]	Optical technique	4.7
1926	Kennedy [46]	Optical technique	5.1
1927	Illingworth [47]	Optical technique	2.3
1930	Joos [48]	Optical technique	1.5
1932	Kennedy and Thorndike [56]	Optical technique	null effect
1955	Essen [52]	Micro-waves	2.5
1964	Jaseja, Javan, Murray and Townes [53]	Two He-Ne masers	0.95
1972	Silvertooth [54]	Laser interferometer (frequency-double)	null effect
1973	Trimmer, Baierlein, Faller, and Hill [55]	Interferometer (with a glass piece)	null effect
1958	Cedarholm, Bland, Havens, and Townes [59]	Two masers (bit frequency)	0.03
1963	Champney, Isaak, and Khan [60]	Rotated rotor (Mössbauer effect)	0.0016
1972	Cialdea [62]	Two lasers (bit frequency)	0.0009
1979	Brillet and Hall [40]	Laser resonator	0.03

Table 8.2. Summary of Experiments on the Independence of the Light Speed of the Source Velocity

Year	Experiment	Moving source	Source speed	Limit on k
1913	de Sitter [64]	Double stars		$k \leq 0.002$
1914	Zurhellen [65]	Double stars		$k \leq 10^{-6}$
1960	Heckmann [68]	Stars & Nebulae	$\sim 10^{-1}c$	null effect
1910	Tolman [71]	Limbs of the Sun	$\sim 10^{-5}c$	null effect
1919	Majorana [69]	Mercury plasma	$\sim 10^{-7}c$	null effect
1924	Tomaschek [70]	Stars	$\sim 10^{-4}c$	null effect
1960	Bonch-Bruewich [73]	Limbs of the Sun	$\sim 10^{-5}c$	$k = 0.02 \pm 0.07$
1965	Beckmann and Mandies [76]	Rotating Reflection mirror	$1.52 \times 10^{-7}c$	$k \leq 0.05$
1962	Kantor [77]	Rotating glass-plate	$1.56 \times 10^{-7}c$	$k = 0.67$ (?)
1963	James and Sternberg [80]	Rotating glass-plate		$k \leq 0.025$
1963	Rotz [81]	Rotating glass-plate	$2 \times 10^{-7}c$	$k \leq 0.1$
1964	Babcock and Bergman [78]	Rotating glass-plate	$1.25 \times 10^{-7}c$	$k \leq 0.01$
1964	Beckmann and Mandies [79]	Rotating glass-plate		$k \leq 0.1$
1965	Waddoups, Edwards and Merrill [82]	Rotating mica-window		$k \leq 0.14$
1963	Sadeh [86]	e^+e^-	$0.5c$	$k \leq 0.3$
1963	Alvåger, Nilsson and Kjellman [87]	C^{12}	$0.03c$	$k \leq 0.1$
1964	Fillippas and Fox [88]	π^0	$0.2c$	$k \leq 0.4$
1964	Alvåger, Farley, Kjellman, and Wallin [89]	π^0	$0.99975c$	$k \leq 10^{-4}$

Risultati dei test sulla velocità della luce da [Zhang, 1997] pag. 170-171.

Note: «the velocity of light source in [the left] table are found by means of Einstein's theory of special relativity. There is no problem for small velocities compared to c , while it is not suitable for high velocities. However the values of the velocities of light sources given in [the right] table are not essential to the conclusion, but just show the fact that the velocities of light sources could be compared with c .»

Analizzando la citata *CS thesis*, si immaginano due orologi A e B posti in due sistemi di riferimento inerziali dei quali si considera solo l'asse x , e si esamina un segnale che parte da A all'istante t_1 , viene ricevuto in B all'istante t_2 quindi torna in A all'istante t_3 .

Se la velocità fosse costante, si potrebbe scrivere la relazione definita da Einstein, nella quale B è il punto mediano del tempo in cui la luce partita da A è poi tornata in A :

$$t_2 = t_1 + \frac{1}{2}(t_3 - t_1); \quad [3]$$

ma in mancanza della certezza sulla velocità⁶, si può solo stimare che l'orologio in B segni un tempo t_2 intermedio tra t_1 e t_3 :

$$t_2 = t_1 + \varepsilon(t_3 - t_1) \quad [4a]$$

$$\text{con } 0 < \varepsilon < 1. \quad [4b]$$

⁶ La velocità di propagazione resta comunque la stessa per ogni sistema di riferimento inerziale, cioè non dipende dalle velocità relative dei sistemi di riferimento inerziali coinvolti

Indicati con $\vec{c}$ la velocità della luce positiva lungo l'asse $\vec{x}$ e con $\overleftarrow{c}$ la velocità negativa lungo lo stesso asse, per la definizione di Einstein dalla [3] si può scrivere:

$$c = \frac{2AB}{t_3 - t_1}$$

a dalla [4_a] si ottengono le relazioni⁷ già viste nella [1] :

$$\vec{c} = \frac{c}{2\varepsilon} \quad \text{e} \quad \overleftarrow{c} = \frac{c}{2(1-\varepsilon)} \quad \text{con } 0 < \varepsilon < 1 \quad [5]$$

dalle quali si ricavano anche:

$$\varepsilon = \frac{c}{2\vec{c}} \quad \text{e} \quad \varepsilon = 1 - \frac{c}{2\overleftarrow{c}}. \quad [6]$$

Poiché qualunque scelta di ε nell'intervallo ammesso dà lo stesso valore per c in una misura *round-trip* (cfr la [2]), secondo la *CS thesis* anche la teoria della *special relativity* contiene forti tracce di convenzionalità.

Altre convenzioni di sincronizzazione degli orologi sono quelle di [Edwards, 1963], una generalizzazione di quelle di Einstein, e di [Mansouri e Sexl, 1976], una generalizzazione di quelle di [Robertson, 1949]⁸.

Trasformazioni di ε -Lorentz

Su queste basi, Winnie dimostra nel suo studio che la convenzionalità della velocità della luce unidirezionale implica la convenzionalità di tutte le velocità unidirezionali. Quindi, dallo studio della contrazione delle lunghezze e della dilatazione dei tempi tra sistemi inerziali, ottiene le trasformazioni di Lorentz legate al parametro ε , dette *trasformazioni di ε -Lorentz*.

Considerati i sistemi di riferimento inerziali K e K' , con i rispettivi valori di ε ed ε' , le velocità unidirezionali della luce $\vec{c}$, $\overleftarrow{c}$ e $\vec{c}'$, $\overleftarrow{c}'$, con velocità $\vec{v}_\varepsilon$ di K' rispetto a K e velocità $\overleftarrow{v}_{\varepsilon'}$ di K rispetto a K' , e considerate valide per ogni sistema di riferimento inerziale le relazioni [5] e [6], le *trasformazioni di ε -Lorentz* sono⁹:

$$x' = \frac{x - \vec{v}_\varepsilon t}{\alpha} \quad [7]$$

⁷ Da $c = \frac{2AB}{t_3 - t_1} = \frac{2AB\varepsilon}{t_2 - t_1} = 2\vec{c}\varepsilon$ e da $c = \frac{2AB}{t_3 - t_1} = \frac{2AB}{(t_3 - t_2) + (t_2 - t_1)} = \frac{2}{\frac{(t_3 - t_2)}{AB} + \frac{(t_2 - t_1)}{AB}} = \frac{2}{\frac{1}{\vec{c}} + \frac{1}{\overleftarrow{c}}} = \frac{2}{\frac{1}{\vec{c}} + \frac{2\varepsilon}{\vec{c}}}$

⁸ Analizzate in [Zhang, 1997] pag. 8-16; le differenze sostanzialmente consistono nelle diverse definizioni del tempo misurato dagli orologi e delle componenti della velocità *round-trip* di c , tutte leggermente diverse da quelle riassunte nelle [3] e [5]

⁹ [Winnie, 1970] pag. 231-235

$$t' = \frac{\left[\left(\frac{2 \vec{v}_\varepsilon}{c} \right) (1 - \varepsilon - \varepsilon') + 1 \right] t - \left[\frac{2c(\varepsilon - \varepsilon') + 4 \vec{v}_\varepsilon(\varepsilon)(1 - \varepsilon)}{c^2} \right] x}{\alpha} \quad [8]$$

dove

$$\alpha = \sqrt{\frac{\left(c - \vec{v}_\varepsilon(2\varepsilon - 1) \right)^2 - \vec{v}_\varepsilon^2}{c^2}}. \quad [9]$$

Si osserva che per il valore $\varepsilon = 1/2$, per il quale si eguagliano le velocità *round-trip* della luce, si ottiene per la [9] il valore originale del fattore di contrazione di Lorentz:

$$\alpha = \sqrt{1 - v^2/c^2} = 1/\gamma$$

e da [3] e [4] si ottengono per [7] e [8] i valori originali delle trasformazioni spaziale e temporale:

$$x' = \frac{x - vt}{\alpha} = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \frac{1}{\alpha} \left(t - \frac{v}{c^2} x \right) = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right).$$

Con le ε -trasformazioni si ricavano le relazioni relativistiche modificate per la contrazione delle lunghezze e la dilatazione dei tempi:

$$\Delta x = \Delta x' \alpha = \frac{\Delta x'}{\gamma}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\alpha} = \gamma \Delta t'.$$

I risultati si dimostrano¹⁰ cinematicamente equivalenti a quelli della *special relativity*, come previsto dalla tesi della *conventionality of simultaneity* e, come afferma Michael Tooley (1941-):

la teoria modificata evita un assunto proprio delle formulazioni standard della teoria speciale della relatività, ma che non ha sostegno sperimentale, e che rischia di non essere verificabile nemmeno in linea di principio, e cioè l'assunto per cui la velocità unidirezionale della luce è una costante in tutte le direzioni e in tutti i sistemi inerziali¹¹.

Il maggior potere predittivo della teoria della relatività modificata, la mancanza dell'assunto molto probabilmente indimostrabile della velocità unidirezionale della luce e il riscontrare l'esigenza che nasce dalla meccanica quantistica relativamente alla *simultaneità assoluta* rendono secondo Tooley la teoria relativistica modificata superiore alla teoria originale.

Includendo una legge di conservazione dello spazio, la teoria modificata può affermare che «data una qualunque regione spaziotemporale temporalmente circoscritta [...] l'esistenza di tale regione è stata causata dall'esistenza di una regione spaziotemporale precedente»¹²;

¹⁰ [Winnie, 1970] pag. 237

¹¹ [Tooley, 1997] edizione italiana pag. 305

¹² [Tooley, 1997] edizione italiana pag. 317-318

analogamente si può predire che ci saranno successive regioni spaziotemporali, spiegazioni causali che la teoria originale non è in grado di dare.

Il postulato che la velocità unidirezionale della luce sia uguale in tutte le direzioni, in ogni sistema inerziale, è una sorta di «assunto metafisico gratuito»¹³ a tutt'oggi indimostrabile e chiaramente più vincolante rispetto alla velocità della luce unidirezionalmente non limitata, se non dal processo *round-trip* (ovvero definita dalle relazioni [5]). Già nel 1898 Poincaré scrisse: «Questo è un postulato in mancanza del quale sarebbe impossibile iniziare una qualsiasi misura di questa velocità. Resterà per sempre impossibile verificare la validità di questo postulato con degli esperimenti.»¹⁴.

Si accenna solamente all'esistenza di un approfondito studio di Sonogo e Pin, *Foundations of anisotropic relativistic mechanics* (Journal of Mathematical Physics, 50, 042902, 2009), che riscrive le equazioni fondamentali della dinamica (lagrangiana, energia e momento) in modo compatibile con una relatività che tenga conto dell'anisotropia dello spazio.

Poiché secondo la teoria modificata lo spazio assoluto è una entità duratura e le parti temporali sono connesse tramite relazioni causali non ramificate, la luce ha una velocità uniforme rispetto allo spazio assoluto stesso. Quindi la velocità unidirezionale in una particolare direzione e verso, rispetto al sistema inerziale, dipende da velocità, direzione e verso di questo sistema inerziale rispetto allo spazio assoluto¹⁵. La composizione delle velocità di andata e ritorno del segnale luminoso, misurate all'interno del sistema, tenuto conto della dilatazione temporale e della contrazione delle lunghezze, sarà $\frac{c^2}{c+v}$ e $\frac{c^2}{c-v}$, quindi le velocità unidirezionali sarebbero differenti tra loro e diverse da c .

Se fosse possibile misurare la velocità unidirezionale della luce e questa risultasse sempre uguale a c , sarebbe smentita la teoria modificata, se invece si verificassero velocità diverse sarebbe possibile determinare la velocità di qualunque sistema inerziale rispetto allo spazio assoluto, una conclusione che farebbe contento Newton, probabilmente (se mai sia stato contento di qualche risultato, nella sua vita¹⁶). Nel merito si riporta anche l'opinione di W. F. Edwards, uno dei precursori delle formulazioni della trasformazione di Lorentz alternativa, nel caso in cui lo spazio sia anisotropo, che 'mette il cuore in pace' dei fan della formulazione originale¹⁷:

Concerning the necessity of taking on faith the isotropy of space, may I preliminarily remark that if the adoption of one definition of simultaneity (or, which is equivalent, the one-way speed of light) could in any way lead to different observable results than those predicted by the adoption of another, then a test of the isotropy of space *would* exist. If, however, no experiment can be devised to make this test, the surely it makes no

¹³ Parere di [Tooley, 1997] edizione italiana pag. 319

¹⁴ Citazione di Poincaré da Review of Metaphysic Journal. Morale, 6, 1898, 1, in [Selleri, 2001] pag.166

¹⁵ [Tooley, 1997] edizione italiana pag. 328-329, anche per le successive considerazioni del paragrafo

¹⁶ Newton fu sempre molto scontroso e riservato, sempre insoddisfatto di tutto, oltre che delle sue ricerche; i biografi narrano che rise una sola volta in vita sua «quando qualcuno gli chiese a che cosa servivano gli *Elementi* di Euclide» [Piergiorgio Odifreddi, *Sulle spalle di un gigante* (Longanesi, 2014) pag. 17]

¹⁷ [Edwards, 1963] pag. 482

difference what one assumes about the simultaneity of clocks so long as the two-way speed of light equals c .¹⁸

Letteratura e fonti

Dorato, 2013 - Mauro Dorato, *Che cos'è il tempo? Einstein, Gödel e l'esperienza comune* (Carrocci Editore, Roma, 2013)

Edwards, 1963 - W.F. Edwards, *Special Relativity in Anisotropic Space* (American Journal of Physics, 31, 482–489, 1963)

Einstein, 1905b - Albert Einstein, *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energiegehalt abhängig?* (Annalen der Physik, 18:639, 1905), tradotto in *The Principle of Relativity* (Methuen and Co. Ltd, London 1923), col titolo *Does the inertia of a body depend upon its energy-content?*

Einstein, 1961 - Albert Einstein, *Relativity: the Special and the General Theory* (Princeton University Press, 100th anniversary edition, 2015; edizione originale Hebrew University of Jerusalem, 1961)

Kosiński, 2006 - Piotr Kosiński, *Note on clock synchronization and Edwards transformations* (Foundations of Physics Letters, Vol. 19, No. 4, 2006)

Mansouri e Sexl, 1976 - Reza Mansouri e Roman U. Sexl, *A test Theory of Special Relativity: I. Simultaneity and Clock Synchronization* (General Relativity and Gravitation, Vol. 8 No. 7, 497-513, 1977)

Odifreddi, 2013 - Piergiorgio Odifreddi, *Come stanno le cose, Il mio Lucrezio, la mia Venere* (RCS Libri spa, Milano, 2013)

Robertson, 1949 - Howard Percy Robertson, *Postulate versus Observation in the Special Theory of Relativity* (Reviews of modern physics, 21 Num. 3, 378-382, 1949)

Selleri, 2001 - Franco Selleri, *La fisica tra paradossi e realtà. Le critiche dei fisici realisti alla teoria dei quanti* (Progedit, Bari, 2001)

Tooley, 1997 - Michael Tooley, *La natura del tempo* (McGraw-Hill Libri Italia, Milano, 1999); edizione originale *Time, Tense, and Causation* (Oxford University Press Inc., New York, 1997)

Weingard, 1972 - Robert Weingard, *Relativity and the Reality of Past and Future Events* (British Journal for the Philosophy of Science, 23/2 1972, pag. 119-121)

Winnie, 1970 - John Winnie, *Special relativity without one-way velocity assumptions* (Philosophy of Science, vol. 37, n. 1 pag. 81-99, n. 2 pag. 223-238, 1970)

Zangh, 1997 - Yuan Zhong Zangh, *Special relativity and its experimental foundation: 4 (Advanced Series on Theoretical Physical Science)* (World Scientific Publishing Co Pte Ltd, Singapore, 1997)

¹⁸ Si osserva che Piotr Kosiński (1959-) in una analisi recente, [Kosiński, 2006], fa un inquadramento nel formalismo relativistico tensoriale delle originali trasformazioni di Edwards, precisando il loro significato teorico grupale, ferme restando le conclusioni generali