

Relatività speciale - Rotazione di Penrose Terrell

Abstract

La rotazione di Penrose Terrell è una distorsione visiva relativistica che fa sembrare un oggetto che si muove a velocità prossime a quella della luce come se ruotasse su sé stesso, invece di apparire semplicemente schiacciato per la contrazione di Lorentz. L'effetto si verifica perché la luce proveniente da diverse parti dell'oggetto raggiunge l'osservatore in momenti diversi a causa delle diverse distanze percorse, creando l'illusione di una rotazione (o cambio di faccia).

La *relatività speciale* di Einstein ([Einstein, 1905]) prevede che un corpo in movimento con velocità costante v in un sistema di riferimento $\tilde{S}$ rispetto a un altro sistema S , subisca una contrazione della propria lunghezza lungo la direzione del moto pari a $\tilde{x} = x / \gamma$, dove $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2}$ è il fattore di Lorentz (c è la velocità della luce e $\beta = v / c$).

Ma nella *relatività speciale* è errato considerare solo la contrazione della lunghezza e non anche la dilatazione del tempo, ovvero nello spaziotempo quadridimensionale è necessario considerare *eventi* (x_i, t) e non singole coordinate.

Infatti immaginando per semplicità il caso di un cubo osservato di faccia (*Figura 1*) da grande distanza (quindi con segnali ottici ricevuti paralleli), l'effetto non sarà quello di vedere la faccia più stretta¹, quanto invece vedere anche la faccia laterale (nascosta se osservata a riposo) del cubo stesso, come se il cubo stesse ruotando. L'effetto fu considerato inizialmente nel 1924 da Anton Lampa ([Lampa, 1924]), quindi da Roger Penrose per una sfera nel 1958 (pubblicato in [Penrose, 1959]) e da James Terrell ([Terrell, 1959]).

Se si considera solo la contrazione nella direzione del moto (*Figura 2*) della lunghezza del cubo disegnato nella *Figura 1* (configurazione considerata 'vista da sopra'), il lato $\overline{A_0 B_0} = L$ si riduce a $\overline{A_1 B_1} = \tilde{L} = L / \gamma = \sqrt{1 - \beta^2} L$.

Ma bisogna considerare il tempo necessario al segnale (supponiamo ottico a velocità c) per arrivare da D_0 alla posizione di A_0 , come in *Figura 2*, quindi $\Delta t_{D_0 A_0} = \overline{D_0 A_0} / c = L / c \Rightarrow \overline{A_0 A_1} = v \Delta t_{D_0 A_0} = v L / c = \beta L$.

Pertanto un osservatore in S a distanza infinita vede il cubo come:

$$\phi(\beta) = \overline{A_0 A_1} + \overline{A_1 B_1} = L \left(\beta + \sqrt{1 - \beta^2} \right). \quad [1]$$

È possibile tracciare un grafico dell'andamento di [1] (*Figura 3*), che evidenzia come il

¹ Ovvero $\tilde{L} = L / \gamma$, dove L è il lato del quadrato che compone il cubo

valore massimo sia $\phi_{\max} = \sqrt{2} L$ (la diagonale del quadrato che compone il cubo) alla velocità normalizzata $\beta_{\max} = \sqrt{2}/2$. Non si osserva quindi una contrazione della lunghezza nella direzione del moto ma una leggera espansione, interpretabile come una rotazione del cubo, del quale si può osservare quindi la faccia opposta a quella della direzione in cui il cubo si muove².

Nel caso di una sfera al posto del cubo, l'immagine generata dal moto apparirebbe sempre circolare (e non ad esempio ellittica).

Figura 1

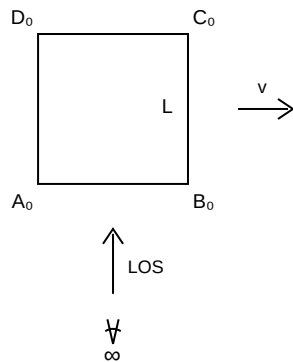


Figura 2

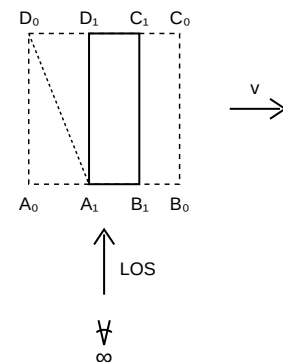
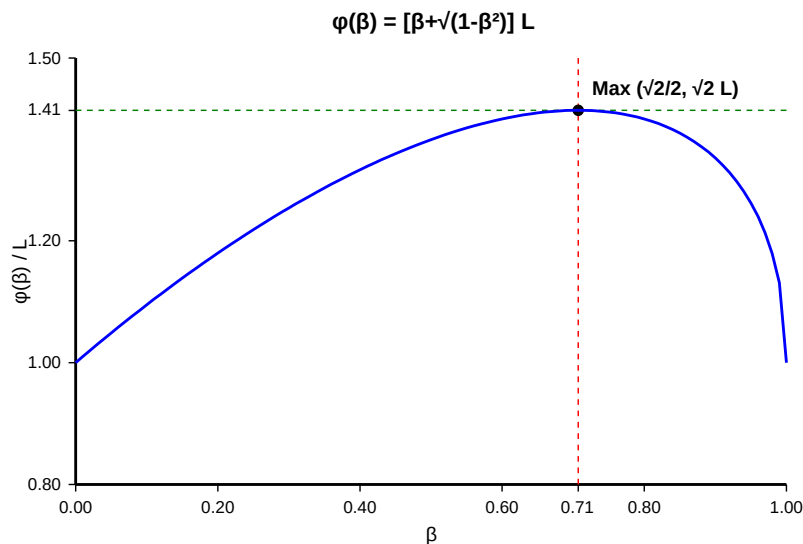


Figura 3



² In wikipedia è presente una animazione molto chiara sull'effetto di rotazione:
https://it.wikipedia.org/wiki/Rotazione_di_Terrell#/media/File:Animated_Terrell_Rotation_-_Cube.gif

Reference

Einstein, 1905 - Albert Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (Annalen der Physik, vol. 322, Issue 10, pp.891-921, 1905)

Lampa, 1924 - Anton Lampa, *Wie erscheint nach der Relativitätstheorie ein bewegter Stab einem ruhenden Beobachter?* (Zeitschrift für Physik, vol. 27, n. 1, pp. 138-148, 1924)

Penrose, 1959 - Roger Penrose, *The Apparent Shape of a Relativistically Moving Sphere* (Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 55, n. 1, pp. 137-139, 1959)

Terrell, 1959 - James Terrell, *Invisibility of the Lorentz contraction* (Physical Review, vol. 116, n. 4, pp. 1041-1045, 1959)