

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

Andrea Brussi

Università di Padova, Dipartimento di Fisica e Astronomia, Laboratorio di Astronomia prof. Alessandro Pizzella

ABSTRACT

Scopo del progetto era misurare, per mezzo di indagine spettroscopica della riga $H\alpha$ di emissione dell'idrogeno, le curve di rotazione delle galassie NGC7217 e NGC658, scelte in base alla visibilità conseguente alla loro posizione e alla disponibilità degli strumenti osservativi, quindi ottenere una stima delle loro masse; i dati osservativi degli spettri, che ho rettificato nella deproiezione per il non preciso allineamento della fenditura di osservazione agli assi maggiori delle galassie, sono stati elaborati come da consolidata 'best practice'. Ho determinato la velocità cosmologica correggendo quella radiale osservata, quindi la distanza in base ai dati osservativi; per la stima delle masse ho considerato diversi modelli interpretativi e di valutazione. Ho confrontato alcune stime con quelle della letteratura, normalizzando prima queste ultime alle grandezze ottenute dal presente studio o ricavate dagli studi più approfonditi e recenti disponibili, affinché fossero confrontabili. Si evidenzia una buona coerenza entro le incertezze per la distanza sia utilizzando per la stima la legge di Hubble (16.87 ± 0.34 Mpc per NGC7217 e 40.85 ± 0.80 Mpc per NGC658) sia utilizzando la relazione di Tully-Fisher (16.98 ± 0.19 Mpc per NGC7217 e 42.46 ± 0.66 Mpc per NGC658). Rinviamo alla Sez.5 per l'analisi dettagliata delle densità e delle masse degli sferoidi e dei dischi, ho verificato e analizzato la coerenza dei valori relativi alle masse totali delle galassie, determinate: secondo il modello newtoniano $(9.55 \pm 0.27) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}}$ per NGC7217 e $(1.38 \pm 0.04) \cdot 10^{11} M_{\text{Sun}}$ per NGC658; secondo la teoria MOND $(1.28 \pm 0.35) \cdot 10^{11} M_{\text{Sun}}$ per NGC7217 e $(6.7 \pm 1.5) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}}$ per NGC658; secondo un modello proposto da me basato sulla costanza dei rapporti massa luminosità, nel caso $\Upsilon_D/\Upsilon_B = 5/7$ ottenendo $(7.0 \pm 1.0) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}}$ per NGC7217 e $(4.5 \pm 0.7) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}}$ per NGC658 e nel caso $\Upsilon_D = \Upsilon_B$ ottenendo $(7.8 \pm 1.4) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}}$ per NGC7217 e $(5.8 \pm 0.9) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}}$ per NGC658. Rinviamo alla Sez.6 per il confronto dei risultati in dettaglio, le conclusioni 'in nuce' conseguenti allo studio di queste due galassie sono: il modello newtoniano sovrastima la massa barionica, per la presenza di materia non visibile (DM) o per la non congruità del modello (nei casi di bassa accelerazione come per le galassie); il modello MOND è 'troppo' sensibile al parametro velocità (incerta da stimare e considerata alla quarta potenza) e risulta di dubbia attendibilità; il modello basato sul rapporto Υ necessita di una taratura 'fine' sulla base della morfologia e della popolazione stellare ma è la stima più attendibile della massa barionica, tra i modelli considerati.

1 - INTRODUZIONE

Questo studio è parte dell'esame di Laboratorio di Astronomia del corso di laurea triennale in Astronomia dell'Università di Padova; lo svolgimento rispecchia gli obiettivi didattici. Gli strumenti utilizzati e le osservazioni effettuate sono descritti nella Sez.2, l'elaborazione dei dati nella Sez.3, la misura delle curve di rotazione e l'extrapolazione delle misure osservative nella Sez.4, la stima delle masse nella Sez.5, il confronto dei risultati e le conclusioni sono nella Sez.6, le dimostrazioni e gli approfondimenti nella Sez.7, la bibliografia e le fonti nella Sez.8, le figure nella Sez.9.

1.1 Premesse sul contesto di ricerca

I primi studi sulla rotazione delle galassie furono pubblicati nel 1981 da Albert Bosma (P1), che utilizzò un radio telescopio nella banda centimetrica per la misura di redshift delle righe di emissione dell'idrogeno atomico HI^1 , e nel 1982 da Vera

Rubin (P2), che utilizzò la spettroscopia di long slit nella banda visibile per la misura di redshift della riga di emissione $H\alpha$ della serie di Balmer per l'idrogeno², una tecnica analoga a quella utilizzata in questo studio per l'osservazione di NGC7217 e NGC658³.

La costanza delle velocità di rotazione misurate per i dischi galattici non corrispondeva all'andamento di tipo kepleriano previsto in base alla dinamica newtoniana (dalla quale consegue che $V \propto 1/R^{1/2}$, argomento approfondito nella Sez.7.1). La 'massa mancante' per giustificare le velocità di rotazione costanti fu attribuita ad una 'materia oscura' non barionica⁴ (dark matter, DM), successivamente diventata parte integrante del modello cosmologico standard (Standard Model of Cosmology, SMoC).

quale lo spin di protone ed elettrone diventano antiparalleli; Binney e Merrifield in T1, pag.467-471

² Le righe di emissione sono conseguenti alla ricombinazione degli elettroni negli atomi ionizzati, per la riga $H\alpha$ si tratta delle nubi di idrogeno ionizzato HII che circondano stelle calde (di tipo O, B) nelle cosiddette sfere di Strömgren; Binney e Merrifield in T1, pag.463-464

³ Principi di base di questa analisi in Cioi e Cracco, D1, Sez. 7.1

⁴ Per barioni si intende protoni e neutroni

¹ L'idrogeno atomico HI presente nel mezzo interstellare (Inter-Stellar Medium, indicato ISM), che costituisce circa il 40% della massa di ISM, emette a $\lambda = 21.1$ cm a seguito della transizione iper-fine nella

Un atteggiamento critico verso questa ipotesi fu quello di Mordehai Milgrom che pubblicò nel 1983 i lavori⁵ con i quali iniziò a definire una “dinamica newtoniana modificata” (modified newtonian dynamics, indicata MOND, in seguito sviluppata da altri ricercatori anche dal punto di vista relativistico, approfondita in alcuni aspetti nella Sez.7.2) che giustificasse le osservazioni senza presupporre l’esistenza di DM. Recentemente Federico Lelli e Stacy McGaugh⁶ hanno analizzato nel vicino infrarosso, a 3.6 μm , un cospicuo numero di galassie di ogni tipologia morfologica, individuando una correlazione molto forte tra l’accelerazione radiale barionica e quella osservata, a favore della costanza del rapporto massa stellare / luminosità (indicato M/L o Υ), senza prevedere la presenza di DM (correlazione approfondita nella Sez.7.3). Le posizioni critiche di un certo numero di ricercatori verso lo SMO⁷ non hanno influenzato molto l’indirizzo della ricerca, che rimane in gran parte orientato alla presenza di DM.

1.2 Oggetto della ricerca

Lo scopo del progetto era misurare, per mezzo di indagine spettroscopica con osservazioni al telescopio ‘Galileo’ di 122 cm dell’Osservatorio di Asiago, la lunghezza d’onda delle righe di emissione (in particolare la riga H α , $\lambda_{\text{H}\alpha} = 6562.833 \text{ \AA}$) di una galassia a disco, scelta in base alla visibilità conseguente alla sua posizione in cielo nella finestra temporale disponibile⁸ e alla possibilità di utilizzo degli strumenti osservativi, valutare lo spostamento per effetto Doppler rispetto alle misure di laboratorio quindi le velocità radiali di rotazione del disco, ovvero le curve di rotazione; sono state osservate due galassie. Dalle misure delle velocità di sistema corrette per ottenere la velocità cosmologica (approfondita nella Sez.7.6) e dalle velocità radiali deproiettate (approfondite nella Sez.7.7), limitate alla componente dell’idrogeno ionizzato HII all’interno di nubi di gas, osservabile con il telescopio ottico⁹, si sono ottenute le valutazioni sulle distanze utilizzando la legge di Hubble e la relazione di Tully-Fisher (approfondita nella Sez.7.8), e sulle masse.

Per la valutazione delle masse si sono considerati: il modello interpretativo della dinamica newtoniana classica (approfondito nella Sez.7.1), la teoria MOND (approfondita nella Sez.7.2), una valutazione proposta dall’autore (approfondita nella

Sez.7.4) basata sulla costanza dei rapporti Υ (approfonditi nella Sez.7.3).

Le procedure seguite per le misure e l’analisi dei dati sono state descritte in modo dettagliato in considerazione dello scopo didattico dello studio.

I risultati intermedi e finali sono stati confrontati tra loro e con la letteratura e analizzati criticamente.

1.3 Processi di progetto

I processi di sviluppo del presente progetto si possono schematizzare come segue:

Preliminarmente

- Definizione degli obiettivi dello studio
- Definizione del piano di lavoro
- Scelta del target da osservare
- Scelta degli strumenti di misura e osservazione

In Osservatorio (connesso remotamente)

- Impostazione degli strumenti
- Definizione delle esposizioni
- Raccolta dei dati (di calibrazione e dei target)
- Prima verifica dei dati raccolti

Analisi dei dati

- ‘Riduzione’ dei dati raccolti
 - preparazione dei file di bias
 - preparazione dei file di flat field
 - applicazione bias e flat field agli spettri
 - sottrazione raggi cosmici
 - calibrazione in lunghezza d’onda
 - sottrazione del cielo e del continuo stellare
 - stima incertezze e rapporto S/N
- Reperimento dei dati integrativi di fotometria
- Determinazione delle curve di rotazione
- Stima della distanza e della massa secondo i modelli
- Analisi dei risultati e conclusioni

Redazione relazione finale

2 - STRUMENTAZIONE E OSSERVAZIONI

2.1 Strumentazione dell’Osservatorio

L’Osservatorio di Asiago, costruito negli anni ‘40 a poca distanza dalla cittadina dell’altopiano, a quota 1.045 m s.l.m., ospita il telescopio battezzato ‘Galileo’ in onore del primo astronomo utilizzatore del telescopio, ovvero di un cannocchiale con lenti che ingrandissero l’oggetto osservato.

Il telescopio è costituito da uno specchio primario di forma parabolica di 122 cm di diametro (con foro centrale di 19.5 cm), uno specchio secondario di forma iperbolica di 52 cm e utilizza solo la modalità di fuoco Cassegrain, a 84 cm dal piano dello specchio primario, dove si trova uno spettrografo Boller & Chivens dotato di fenditura lunga riflettente¹⁰, detta long slit,

⁵ Milgrom propose la modifica della dinamica di Newton (P3) e l’applicazione della teoria modificata alle galassie (P4)

⁶ Lelli, McGaugh et al. in particolare in P5 e P6

⁷ Tra questi in particolare Kroupa et al. in P7 e in altri studi

⁸ Per la verifica della posizione in cielo dei target è stato utilizzato il sito web <http://catserver.ing.iac.es/staralt> di Isaac Newton Group of Telescopes, dopo aver reperito nel sito web gestito da NASA / IPAC <https://ned.ipac.caltech.edu> le coordinate delle galassie scelte in base alla morfologia, all’inclinazione rispetto alla linea di vista e alla regolarità delle curve di rotazione, preliminarmente esaminate nello studio P10, al quale hanno partecipato Bettoni e Galletta, ricercatori dell’Università di Padova

⁹ Un’analisi più completa della componente barionica richiede le osservazioni nella banda radio, per misurare il moto dei gas in ISM, ad esempio l’idrogeno atomico HI che studiò Bosma, anche oltre il raggio ottico

¹⁰ Nelle osservazioni è stata utilizzata una fenditura da 250 μm perché

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU γ

con apertura variabile motorizzata e lunghezza di 28 mm. Il fascio di luce entrante è riflesso dalla fenditura e collimato verso il reticolo¹¹, nella camera con CCD Andor iDus DU440 da 2048x512 px (la scala spaziale sul CCD è 1"/px). È possibile inserire tra fenditura e collimatore dei filtri colorati e sono installate alcune lampade di confronto per la calibrazione in lunghezza d'onda¹².

Tutti i controlli del telescopio e della cupola sono stati remotizzati, nella sala di controllo locale o via rete, solo i reticoli devono essere installati manualmente.

2.2 Software utilizzati

Sono stati utilizzati i seguenti applicativi software, basati su OS Linux (distro Ubuntu):

- IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) tramite interfaccia *cl* (command language) per l'analisi delle immagini
- SAOImage DS9 (interfaccia grafica interattiva per IRAF)
- Python (per l'analisi dei dati numerici e i grafici)

2.3 Scelta del target e osservazioni

Sono state scelte le galassie NGC7217 (Fig.1) e NGC658 (Fig.2), delle quali riporto la classificazione e alcune principali misure di riferimento¹³ nella Tab.1 e nella Tab.2.

Come evidenziato nel grafico ottenuto dal sito Staralt (Fig.3¹⁴), la posizione in cielo delle due galassie per la serata programmata del 24 novembre 2021 (a partire dalle ore 17 UT circa), con osservazione eseguita a Padova accedendo da remoto all'Osservatorio, era buona, con il sorgere della luna (curva tratteggiata nella Fig.3) solo alla fine delle attività previste.

La situazione metereologica del luogo è stata monitorata nel corso delle osservazioni accedendo alla weather station dell'Osservatorio¹⁵ (nella Fig.5 la situazione all'inizio delle

osservazioni, che si è mantenuta pressoché costante a parte il calo della temperatura esterna).

Tabella 1: NGC7217 - Misure principali di riferimento

Descrizione	Valore
Classificazione morfologica	(R)SA(r)ab ¹⁶
Coord. eq. (J2000)	22h07m52.39s, +31d21m33.64s
Coord. galattiche (l, b)	86.51° ± 0.01°, -19.71° ± 0.01°
PA ¹⁷	100°
Magnitudine apparente	10.12 ± 0.13 mag (banda V)
Estinzione in banda V	0.27 mag (media valori NED)
Diametro apparente	255.9"
Distanza stimata ¹⁸ (D _{NED})	16.2 ± 1.8 Mpc

Tabella 2: NGC658 - Misure principali di riferimento

Descrizione	Valore
Classificazione morfologica	SB ¹⁹
Coord. eq. (J2000)	01h42m09.66s, +12d36m06.8s
Coord. galattiche (l, b)	141.76° ± 1.25°, -48.41° ± 1.25°
PA ²⁰	20°
Magnitudine apparente ²¹	13.14 ± 0.22 mag (banda V)
Estinzione in banda V	0.14 mag (media valori NED)
Diametro apparente	210"
Distanza stimata ²² (D _{NED})	38.6 ± 3.3 Mpc

consente esposizioni più brevi rispetto, ad esempio, a quella da 150 μm , con una perdita di risoluzione 'accettabile', che calcolata teoricamente va da $R(150\mu\text{m}) = 7200$ a $R(250\mu\text{m}) = 4265$ per il reticolo da 1200 tr/mm; ricordando che il potere risolutivo (risoluzione) del grating è definito come $R = \lambda / \Delta\lambda$, dove $\Delta\lambda$ è la risoluzione spettrale (che aumenta all'aumentare di λ), e indica la capacità di separare righe vicine, per la fenditura scelta e le lunghezze d'onda osservate (circa 6584 Å per NGC7217 e circa 6628 Å per NGC658), il valore minimo teorico è $\Delta\lambda = 0.6$ Å (per le λ indicate, $\Delta\lambda = 0.648$ Å per NGC7217 e $\Delta\lambda = 0.643$ Å per NGC658)

¹¹ Sono disponibili 4 diversi reticoli, da 150 tr/mm a 1200 tr/mm, ovvero una dispersione teorica che varia da 328.5 Å/mm o 4.43 Å/px fino a 44.3 Å/mm o 0.60 Å/px, in grado quindi virtualmente di misurare il mezzo Å; per le misure è stato utilizzato quello da 1200 tr/mm

¹² Per le calibrazioni abbiamo utilizzato quella a Fe- α e per il flat field quella al quarzo

¹³ Fonte <https://ned.ipac.caltech.edu/> Extragalactic Database gestito da NASA / IPAC, dove non indicato diversamente

¹⁴ Le coordinate dell'Osservatorio di Asiago memorizzate in Staralt (e nel database di IRAF) sono in realtà quelle di Cima Ekar, a 4 km di distanza in linea d'aria, dove si trova l'Osservatorio astronomico dell'INAF

¹⁵ <http://meteo.astro.unipd.it/meteo.php>; oltre ai consueti parametri meteo, è presente la 'sky temperature', in grado di verificare la presenza di nubi misurando con un radiometro le differenze di flusso di

radiazione (solitamente nell'IR, che rileva a 4-5.000 m di quota l'opacità dovuta ad un alto coefficiente τ di profondità ottica per l'IR) e da queste la temperatura quindi la presenza di nubi, che quando si frappongono sono a quota inferiore, dove la temperatura è più alta

¹⁶ Spirale ordinaria di tipo ab con un anello esterno e un anello interno, la struttura è stata approfondita nella Sez.7.10

¹⁷ Per le nostre osservazioni è stato considerato il valore di PA (Position Angle) dello studio P10, qui riportato, ma lo studio più recente di Fabricius et al. (P13) riporta valori leggermente diversi per i diversi componenti, cfr Tab.4, dei quali ho tenuto conto, cfr Sez.4.5

¹⁸ Ho ricavato la stima sulla distanza dal database NED, considerando la media delle stime del modulo di distanza ($m-M = 31.31 \pm 0.55$) e la conseguente incertezza, $\Delta D/D = \Delta(m-M)/5$, dove

$(m-M) = 5 \lg(D) - 5 + A$, dove A è l'estinzione, trascurata l'incertezza

¹⁹ Spirale barrata

²⁰ Per le nostre osservazioni è stato considerato il valore di PA (angolo di posizione) dello studio P10, qui riportato, ma lo studio più recente di Muñoz-Mateus et al. (P14) riporta un valore leggermente diverso, cfr Tab.5, dei quali ho tenuto conto, cfr Sez.4.5

²¹ La misura della magnitudine nel visibile proviene dal catalogo RC3 nel database VizieR (<https://vizier.u-strasbg.fr>)

²² Ho ricavato la stima sulla distanza dal database NED, considerando la media delle stime del modulo di distanza ($m-M = 33.07 \pm 0.40$) e la conseguente incertezza $\Delta D/D = \Delta(m-M)/5$, dove

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Y

Sono state effettuate prima le osservazioni della stella di calibrazione HR7950 (2 esposizioni da 5 e 10 s e 1 con lampada a Fe-Ar) quindi delle due galassie (5 esposizioni di NGC7217 e 4 esposizioni di NGC658, tutte di 1800 s), intervallate con esposizioni di 30 s della lampada al Fe-Ar per la calibrazione ad ogni scatto (per avere il confronto prima e dopo l'esposizione lunga); a fine sessione di ripresa sono state effettuate le esposizioni per la calibrazione di flat field con la lampada al quarzo (4 esposizioni di 30 s) e dei bias (14 esposizioni di 0.2 s); per il puntamento automatico sono state scelte stelle di guida che fossero di magnitudine adeguata a garantire la precisione del puntamento (Fig.6), che è stato monitorato durante tutte le esposizioni e corretto di 10 px alla volta, tra una esposizione e l'altra, per evitare potenziali errori di sistema nella lettura del CCD. Il CCD è stato refrigerato a -75° C per tutto il periodo delle osservazioni.

Il log della sessione di osservazioni è riportato nella Fig.4.

3 - ORGANIZZAZIONE E RIDUZIONE DEI DATI

3.1 Preparazione dei dati osservativi

In questa sezione e nelle successive sono riportate in modo schematico tutte le fasi e i dettagli più significativi delle operazioni effettuate in ambiente IRAF sui file dei dati, posti in una cartella dedicata all'osservazione. Il flusso di lavoro ha seguito le indicazioni della dispensa (D2) e le note operative del prof. Pizzella.

Verifica della disponibilità di tutte le immagini effettuate nella sessione di osservazione

```
vocl> hselect IMA*.fits
$I,OBJECT,EXPTIME,IMAGETYP,SLIT,GRAT_TYP,GAIN,RDNOISE yes
IMA100991.fits fear_hr7950 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA100992.fits hr7950_5s 5.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA100993.fits hr7950_10s 10.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA100994.fits ngc7217_30m_1 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA100995.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA100996.fits ngc7217_30m_2 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA100997.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA100998.fits ngc7217_30m_3 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA100999.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101000.fits ngc7217_30m_4 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA101001.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101002.fits ngc7217_30m_5 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA101003.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101004.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101005.fits ngc658_30m_1 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA101006.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101007.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101008.fits ngc658_30m_2 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA101009.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101010.fits ngc658_30m_3 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA101011.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101012.fits ngc658_30m_4 1800.00 Image 250 1200R 0.97 3.40
IMA101013.fits fear 30.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101014.fits fflamp 1.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101015.fits fflamp 1.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101016.fits fflamp 1.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101017.fits fflamp 1.00 Calib 250 1200R 0.97 3.40
IMA101018.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101019.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101020.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101021.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101022.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101023.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101024.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101025.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101026.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
```

```
IMA101027.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101028.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101029.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101030.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
IMA101031.fits bias 0.00 Bias 250 1200R 0.97 3.40
```

3.2 Creazione del file di bias

I 14 file di bias per la valutazione del livello zero di segnale del CCD, raccolti ad otturatore chiuso e luci in cupola spente, sono stati inclusi tutti, poiché non presentano eccessi di segnale²³, evidenziando una distribuzione di tipo gaussiano (Fig.7 a sinistra).

```
vocl> ls IMA101027.fits IMA101037.fits IMA101018.fits IMA101019.fits
>bias.list
vocl> imstat @bias.list fields="image,mean,midpt,mode,stddev,max"
# IMAGE MEAN MIDPT MODE STDDEV MAX
IMA101018.fits 335.3 335. 335.8 2.992 350.
IMA101019.fits 335.3 335. 336.1 2.99 351.
IMA101020.fits 335.3 335. 335.9 3.046 872.
IMA101021.fits 335.1 335.2 335.9 3.587 1679.
IMA101022.fits 335.3 335. 335.9 3.001 349.
IMA101023.fits 335.3 335.1 335.9 2.996 349.
...
```

Passando all'ambiente *noao.imred.ccdred*²⁴, con il comando *zerocombine*²⁵ è stato creato un file unico (bias.fits) combinando tutti i file di bias; sono stati quindi confrontati i parametri ottenuti con quelli dei singoli file, verificando l'efficacia del risultato in particolare per la deviazione standard, notevolmente ridotta da $\sigma \approx 3.1$ a $\sigma' \approx 0.8$ ²⁶, evidente anche confrontando con il visualizzatore DS9 il file bias.fits con le singole immagini di partenza (Fig.8), nonché la distribuzione gaussiana risultante con quella di un singolo file (Fig.7). Il rumore sul bias è il rumore di lettura (σ_{RON} , Read Out Noise).

```
noao
imred
ccdred

ccdred> epar ccdredd
ccdred> lpar zerocombine
ccdred> zerocombine @bias.list out=bias.fits ccdtype='' reject=minmax
nlow=1 nhig=1 combine=average

ccdred> imstat bias.fits
# IMAGE NPIX MEAN STDDEV MIN MAX
bias.fits 1074176 335.2 0.8269 330.9 341.6

ccdred> display bias.fits 1
z1=332.3333 z2=338.4167
ccdred> display IMA101018.fits 2
z1=328. z2=344.
```

3.3 Preparazione del flat field

Le immagini con la lampada di calibrazione²⁷ mostrano evidenti effetti di fringing (che non sono stati corretti), e presentano

²³ I picchi di segnale max di alcuni file sono gestiti in seguito tramite parametri del comando *zerocombine*

²⁴ Nell'ambiente *ccdred* è necessario configurare il parametro generale *instrum=ccddb\$kpno/camera.dat* accedendo alla gestione della configurazione con il comando *ccdred> epar ccdred*

²⁵ *zerocombine* combina ed elabora immagini di livello zero, il parametro *reject=minmax* esclude i pixel potenzialmente affetti da raggi cosmici, i comandi *nlow=1 nhig=1* escludono n=1 pixel con il più alto e il più basso valore

²⁶ Il rumore si somma quadraticamente: $\text{Noise}_{\text{bias}} = (\sum_i^n \text{Noise}_i^2)^{1/2}$ e nel caso della media si ha: $\text{Noise}_{\text{bias}} = \text{Noise}_{\text{bias}} n^{1/2}$, come risulta dalla nostra elaborazione dove $n = 14$ quindi $\sigma' = \sigma / (14)^{1/2}$

²⁷ Per queste esposizioni è stata utilizzata una lampada di calibrazione al quarzo, priva di righe di emissione, che ha illuminato la fenditura per mezzo di uno specchio

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Y

un overscan di circa 60 px, creato dall'elettronica per controllo del comportamento della stessa nel corso delle esposizioni, quindi è stato necessario tagliare l'immagine (conservando l'area definita da $x[1:2046]$ e $y[60:512]$) quindi normalizzarla²⁸ creando un file monodimensionale con il valor medio (dei valori di y) per ogni lunghezza d'onda (valori di x) ed estendendolo all'area pari a quella iniziale (quindi a tutte le y dell'immagine, per ogni x), poiché è lungo l'asse y che avviene la dispersione in lunghezza d'onda del reticolo. I risultati sono riportati nella Fig.9.

```
ccdred> ls IMA101014.fits IMA101015.fits IMA101016.fits IMA101017.fits
>flat.list
ccdred> imstat @flat.list
#      IMAGE      NPIX      MEAN      STDDEV      MIN      MAX
  IMA101014.fits  1074176  30608.   11923.    326.   43865.
  IMA101015.fits  1074176  30397.   11848.    327.   43841.
  IMA101016.fits  1074176  30322.   11821.    327.   43591.
  IMA101017.fits  1074176  30175.   11766.    328.   43269.

ccdred> display IMA101015.fits[1:2046,60:512]
ccdred> flatcombine @flat.list out=flatm.fits ccdtype=''
ccdred> imhead flatm.fits
flatm.fits[2046,453][real]: fflamp

ccdred> blkavg flatm.fits ffl1 1 453
ccdred> implot ffl1
ccdred> blkrep ffl1 ffl2 1 453
ccdred> imarith flatm.fits / ffl2 flatnorm.fits
ccdred> display flatnorm.fits
```

3.4 Prima lavorazione delle immagini delle galassie

Le immagini delle galassie sono quindi state ridotte sottraendo il bias e dividendo il risultato per il flat file calcolato²⁹, creando dei file di elenchi per le immagini da processare e processate, ai filename di quest'ultime per convenzione si aggiunge il suffisso 'p' (e in seguito altri suffissi convenuti)³⁰.

```
ccdred> ls IMA100997.fits IMA101007.fits IMA101010.fits IMA101011.fits
          IMA101012.fits IMA101013.fits >object.list
ccdred> emacs object.list # per modifiche a mano
ccdred> ccdproc @object.list out=@objectp.list
```

3.5 Sottrazione dei raggi cosmici

Per la sottrazione dei raggi cosmici è stato utilizzato un software sviluppato da Pieter Dokkum³¹; nella configurazione del task, il parametro per il gain $G = 0.97$ è stato configurato come da manuale, il read out noise è stato indicato in elettroni $RON = 2.90$ e (pari a 2.99 ADU), i parametri di area sono stati estesi a tutto il campo dell'immagine ($xorder = 0$, $yorder = 0$); l'operazione è stata effettuata solo per gli spettri delle galassie con esposizioni di 1800 s, quelli delle lampade di calibrazione hanno righe troppo sottili e comunque hanno esposizioni di soli 30 s; il confronto con la maschera per i raggi cosmici è nella

Fig.10, il risultato applicato a tutte le galassie nella Fig.11.

```
ccdred> sts
stdas> task lacos_spec = lacos_spec.cl
stdas> epar lacos_spec

stdas> lacos_spec IMA100994p.fits IMA100994pc.fits IMA100994pc.pl
# da eseguire per tutti i file di galassia
```

3.6 Calibrazione delle lunghezze d'onda

Come evidenziato dalla Fig.11, le immagini sono risultate leggermente spostate una rispetto all'altra, sia sull'asse x (λ) sia sull'asse y (conseguenza del riposizionamento del puntatore). Per la calibrazione di λ si utilizzano le immagini della lampada al Fe-Ar, effettuate prima e dopo le esposizioni delle galassie, che ho considerato sommate (la prima sommata a sé stessa, mancando una delle due) per poterle riferire a λ note, riportate per la lampada Fe-Ar (Fig.12 a sinistra)

```
imarith IMA100995p.fits * 2          fear95.fits
imarith IMA100995p.fits + IMA100997p.fits fear95_97.fits
...
```

In seguito si è proceduto all'identificazione delle righe (Fig.12 a destra), confermandole a mano in un ambiente grafico con riferimento il valore medio della coordinata y, alla reidentificazione per associare l'identificazione agli altri valori y, alla costruzione di una funzione per la calibratura degli spettri, che devono avere una λ lineare in x e indipendente da y.

```
noao
twod
longslit
```

per impostare i parametri corretti per l'elaborazione

```
epar identify
images = fear95.fits
section= middle line
coordli= fear.dat
```

In seguito all'identificazione delle righe, una funzione di interpolazione ne fa il miglior fit, scelto il grado adeguato del polinomio di Chebyshev³²; è stato scelto il grado 4 e sono state rimosse alcune righe. Con l'istruzione *reidentify* e *fitcoord* si sono calibrate le altre immagini del Fe-Ar

```
reident fear95 fear95_97
reident fear95 fear97_99
...
fitcoord fear97_99 inter=no
fitcoord fear99_01 inter=no
...
```

e infine con queste le immagini delle galassie

```
transf IMA100996pc.fits IMA100996pcw.fits fear95_97
      x1=5920.3466796875 dx=0.604859173297882 interptype = spline3
transf IMA100998pc.fits IMA100998pcw.fits fear97_99
      x1=5920.3466796875 dx=0.604859173297882 interptype = spline3
...
```

Per l'allineamento verticale delle immagini delle galassie (presa come riferimento la prima), dopo aver determinato per ciascuna la coordinata del centro con la funzione *imexam*, è stata utilizzata l'istruzione *imshift* per spostarle in verticale, ed è stato verificato il buon allineamento. Sono state sommate le esposizioni con l'istruzione *imcombine* (una alternativa è farne

²⁸ Nell'ambiente ccdred abbiamo configurato i parametri di riduzione lasciando *yes* solo su *trim* e *zerocor*, accedendo alla gestione della configurazione con il comando *ccdred> epar ccdproc*, e tolto la specifica *ccdtype* con il comando *ccdred> epar flatcom*

²⁹ Formalmente (cfr Pizzella in D2, pag.2) l'operazione svolta dal comando *ccdproc* è $I(x,y) = [DN(x,y) - Bias(x,y)] / Flatfile(x,y)$ dove $I(x,y)$ è il segnale intrinseco nel piano del cielo

³⁰ Da qui in poi sono riportate le principali istruzioni e i dettagli solo per una delle due galassie ma lo studio è stato completo per entrambe

³¹ L'algoritmo (*lacos_spec.cl*) si basa sull'analisi dei gradienti associati ai pixel colpiti da un raggio cosmico rispetto ai pixel vicini, sfruttando la funzione di Laplace, cfr paper arXiv:astro-ph/0108003 2001 (www.astro.yale.edu/dokkum/lacosmic)

³² Il polinomio di Chebyshev è una successione polinomiale utilizzata da IRAF per l'interpolazione dei punti oggetto del layout, della quale si può scegliere il grado che esprima la migliore interpolazione

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Y

la media) ed è stato aggiornato l'header

```
imshift IMA101008pcw IMA101008pcws 0 -6.731
imshift IMA101010pcw IMA101010pcws 0 -12.483
...
imcombine IMA101005pcw, IMA101008pcws*, IMA10101*pcws* ngc658_120m
          comb=sum rejec=none
...
hedid ngc658_120m EXPTIME 7200
hedid ngc658_120m OBJECT ngc658_120m
```

3.7 Sottrazione del cielo e del continuo stellare

Per la sottrazione del contributo del cielo è necessario individuare sulle immagini elaborate le regioni nelle quali non siano presenti i segnali della galassia (due 'fasce orizzontali', di coordinate verticali 1:150,338:425) e applicare la funzione *backgr*

```
backgr ngc7217_150m ngc7217_150mb axis=2 sample=1:150,338:425
```

nell'interfaccia grafica *irafterm* appare la curva del segnale centrata sulla coordinata 1160 px indicata al programma ma il fondo presenta un gradiente, che si può correggere cambiando il grado del polinomio di Chebyshev ponendolo a 1 (Fig.13 e Fig.15).

Per la sottrazione del continuo stellare si applica la stessa istruzione ma applicata alle coordinate orizzontali, con riferimento al centro della galassia a 238 px

```
backgr ngc7217_150mb ngc7217_150mbc2 axis=1
```

scegliendo per l'interpolazione dell'andamento delle curve un polinomio di grado 6³³ (Fig.14).

Gli spettri risultanti dall'elaborazione, sui quali saranno effettuate le misure dopo averli sommati, sono nella Fig.16.

4 - DETERMINAZIONE DELLE CURVE DI ROTAZIONE

4.1 Curve di rotazione ottenute con dati osservativi

Le righe di emissione H α sono state misurate manualmente con la funzione *splot*, marcando nell'interfaccia grafico l'inizio e la fine del massimo del segnale (nella Fig.17 due esempi), che poi il software ha interpolato con una gaussiana; ho scelto di misurare tutti i pixel nel quale fosse presente il segnale della riga H α , mediato con il successivo (in ordine crescente), quindi con l'istruzione *:nsum 2*

```
splot ngc658_120mb xmin=6500 xmax=6800 save_file=ngc658ha_draft.dat
```

Si ottengono i seguenti dati per ogni misurazione

```
Dec 18 18:23 [ngc658_120mb[*],162:163]: ngc658_120m
center cont flux eqw core gfw hm lfw hm
6624.789 -18.05042 138.448 INDEF 39.3418 3.306 0.
```

Il file di output è stato quindi elaborato da uno script Python per ottenere un tracciato record interpretabile dagli altri programmi Python disponibili. Con uno di questi che sovrappone le curve simmetrizzate è stato individuato il centro di simmetria delle galassie e la sua velocità radiale³⁴ V_{radiale} (cfr i grafici

di lavoro con le velocità non deproiettate nella Fig.18), che deve essere corretta per i moti di rivoluzione della Terra e del Sole (cfr Sez.4.4) e completata con l'incertezza sulle misure

- NGC7217 $\lambda_{\text{loss (centro)}} = 6584.1 \text{ \AA}$ $V_{\text{radiale}} = 971.5 \text{ Km/s}$
 - NGC658 $\lambda_{\text{loss (centro)}} = 6628.5 \text{ \AA}$ $V_{\text{radiale}} = 3001 \text{ Km/s}$

4.2 Stima delle incertezze e del rapporto S/N

Per stimare l'incertezza sulla misura delle lunghezza d'onda, quindi sulla misura della velocità osservata, si possono utilizzare le righe del cielo prive di effetto Doppler, analoghe a quelle di emissione della galassia e di lunghezza d'onda nota. Un programma Python è stato realizzato per eseguire un fit gaussiano per 300 px (ho aumentato il range che era di 200 px) di coordinata y (in analogia alle misure della galassia), trasformare le misure in velocità e in output dare la velocità media (teoricamente nulla), la deviazione standard (ovvero l'incertezza sulla singola misura) e il flusso medio (in conteggi, DN) della riga.

Ho misurato 14 righe del cielo, ottenendo un set di dati come quello sotto riportato, dai quali ho estratto la deviazione standard e il flusso (in Fig.21 due esempi del fit eseguito dal programma).

```
6300.304 V media= -3.90021118263 km/s, STD= 1.52274735419 km/s
STD fit linear= 1.07668655825 km/s Flux medio 1323.80396212
6386.423 V media= -8.33783265264 km/s, STD= 45.9845954807 km/s
STD fit linear= 45.8202032167 km/s Flux medio 103.420022875
...
```

Per la stima del rumore σ_{RON} si utilizza la funzione *imexam*, con la quale ho analizzato l'andamento statistico (5x5 px alla volta) del fondo del cielo lontano dalle righe di emissione, nella stessa immagine ngc658_120m.fits utilizzata per la precedente analisi delle righe del cielo, ottenendo una serie di 20 valori come i seguenti

SECTION	NPIX	MEAN	MEDIAN	STDDEV	MIN	MAX
[853:857,338:342]	25	216.6	214.9	11.99	196.1	241.
[866:870,183:187]	25	261.1	258.7	13.34	240.	301.1
[1159:1163,374:378]	25	165.7	165.5	8.342	145.8	184.5
[1209:1213,115:119]	25	220.6	218.7	13.56	197.8	247.7
[1451:1455,152:156]	25	174.8	173.9	10.15	158.5	195.4
[1410:1414,326:330]	25	149.2	150.	8.779	131.7	164.3

La media dei valori di deviazione standard delle misure di flusso è $\sigma_{\text{flusso}} = 12.26 \text{ DN}$ per NGC658 e $\sigma_{\text{flusso}} = 11.19 \text{ DN}$ per NGC7217, che ho approssimato al valore intero $\sigma_{\text{RON}} = 12 \text{ DN}$ per NGC658 e $\sigma_{\text{RON}} = 11 \text{ DN}$ per NGC7217, utilizzato come rumore per il quale dividere i flussi.

Ho creato un file di appoggio con i dati da analizzare e uno script Python per plottarli, come in Fig.22 a sinistra, nella quale si osserva come l'incertezza per la misura delle righe del cielo sia dell'ordine di 2 Km/s all'aumentare del rapporto S/N. Con un altro script Python ho plottato gli stessi dati considerando i logaritmi delle variabili (Fig.22 a destra) e li ho interpolati con la retta $\lg(\sigma_v) = -5/6 \lg(S/N) + 1.5$ come in [7.5.1] con $a = 31.62$ e $b = 5/6$

$\sigma_v(S/N) = 31.62 (S/N)^{-5/6}$

³³ Il grado 6 è quello che interpola meglio l'andamento, gradi superiori non lo migliorano

³⁴ La velocità radiale è $V_{\text{radiale}} = c (\lambda_{\text{oss}} - \lambda_0) / \lambda_0$; l'incertezza sulla mi-

sura di V_{radiale} è $\Delta V_{\text{radiale}} / V_{\text{radiale}} = \Delta \lambda_{\text{oss}} / \lambda_{\text{oss}}$; la stima su $\Delta \lambda_{\text{oss}}$ è analizzata nella Sez.4.2

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

Ho utilizzato questa relazione $\sigma_v(S/N)$ per la stima dell'incertezza σ_v sulle velocità misurate per le righe H α , calcolando per tutte le misure effettuate il rapporto S/N (con il rumore del cielo $\sigma_{RON} = 12$ DN appena determinato) e quindi il corrispondente valore di σ_v in base alla relazione empirica ottenuta $\sigma_v = \lambda_0 \sigma_v(S/N) / c$

flux	flux/ σ_{RON}	σ_v
...		
97.2715	8.105958333	5.528723784
316.336	26.36133333	2.069294905
205.951	17.16258333	2.958986496
...		
496.864	41.40533333	1.420414056
646.034	53.83616667	1.141300721
559.202	46.60016667	1.287179084
...		
3213.85	267.8208333	0.299749339
3905.02	325.4183333	0.254835651
4667.05	388.9208333	0.219656567
...		
5638.65	469.8875	0.18762914
6061.67	505.1391667	0.176652313
5915.79	492.9825	0.180275045
...		

dei quali valori ho poi considerato la media, ottenendo

- NGC7217 $\sigma_v = 1.2$ Km/s includendo tutti i flussi
 $\sigma_v = 0.4$ Km/s escludendo i flussi < 900 DN
- NGC658 $\sigma_v = 1.7$ Km/s includendo tutti i flussi
 $\sigma_v = 0.4$ Km/s escludendo i flussi < 900 DN.

In considerazione della concentrazione delle misure con maggior flusso al centro della distribuzione delle velocità (e della galassia) e dell'importanza delle misure nel tratto a velocità costante, ho prudenzialmente considerato per σ_v la stima più alta.

Stima dell'incertezza con il metodo Monte Carlo

Per poter confrontare i valori ottenuti per le incertezze sulle misure, sono stati utilizzati i programmi Python di analisi basati sul metodo Monte Carlo (approfondito nella Sez.7.5; nella Fig.23 l'output di una applicazione alla galassia NGC658). Oltre ai parametri da impostare relativi al centro della galassia e al range di simulazione (che includa ad esempio l'area della riga H α), ho testato diversi intervalli lungo l'asse delle galassie per la stima del rumore e diverse quantità di iterazioni.

I risultati ottenuti con il metodo Monte Carlo, riassunti nella Tab.3, sono coerenti con quelli precedentemente determinati per l'incertezza sulle misure di velocità; ho adottato la misura prudenziale $\sigma_v = \Delta V = 2$ Km/s per entrambe le galassie.

Tabella 3: Confronto dei dati analizzati manualmente e con il metodo Monte Carlo, sulla base delle coordinate indicate; i ΔV indicano le incertezze sulle misure di velocità, in Km/s

	ΔV	y	x spettro H α	x spettro rumore	ΔV da M.C.
NGC7217	1.2	253	[1089:1110]	[1180:1230]	0.62
NGC658	1.7	234	[1159:1190]	[1230:1280]	0.89

È possibile quindi completare il prospetto delle misure della Sez.4.1 per il moto del centro delle galassie

- NGC7217 $\lambda_{oss} = 6584.1 \pm 1.2$ Å $V_{radiale} = 971.5 \pm 2$ Km/s
- NGC658 $\lambda_{oss} = 6628.5 \pm 1.7$ Å $V_{radiale} = 3001 \pm 2$ Km/s.

4.3 Reperimento e analisi dati integrativi dalla fotometria

Per la stima della massa basata sulla costanza di Υ (Sez.7.4) e la stima delle inclinazioni necessarie per la deproiezione delle velocità di rotazione, è stato necessario reperire le principali misure ottiche per le due galassie, morfologicamente diverse³⁵, riportate nella Tab.4 e nella Tab.5; le misure sono in banda V.

Tabella 4: NGC7217 - Misure ottiche di riferimento³⁶

Descrizione	valore
<i>Disco (componente cold)</i>	
PA	$82.1^\circ \pm 2.5^\circ$
e (ellitticità) ³⁷	$0.23 \pm 0.02 \Rightarrow k = 0.73 \pm 0.06 \Rightarrow i_D = 43^\circ \pm 4^\circ$
h	38.8 ± 4.6 arcsec
<i>Anello interno (componente cold)</i>	
PA	$88.7^\circ \pm 10.8^\circ$
ellitticità	$0.17 \pm 0.07 \Rightarrow k = 0.83 \pm 0.34 \Rightarrow i_{ai} = 34^\circ \pm 14^\circ$
raggio	30.7 ± 1.3 arcsec
larghezza	4.2 ± 1.0 arcsec
<i>Sferoide (componente hot)</i>	
PA	$85.8^\circ \pm 7.9^\circ$
ellitticità ³⁸	$0.08 \pm 0.02 \Rightarrow q_{oss} = 0.92 \pm 0.23$
R _B	58.1 ± 11.9 arcsec
R _e ³⁹	50.0 ± 2.4 arcsec
μ_e	22.16 ± 0.08 mag/arcsec ⁻²

Per NGC7217 non ho scorporato l'anello interno, interno allo sferoide e con una larghezza di circa 4 arcsec, e ho considerato tutta la galassia con la stessa inclinazione e lo stesso PA del disco, salvo le seguenti considerazioni sullo sferoide. Considerata l'ellitticità apparente molto diversa tra sferoide e

³⁵ NGC7217 ha una struttura complessa, cfr la Sez.7.10 per i dettagli delle suddivisioni indicate nella tabella

³⁶ Le misure sono ricavate dallo studio di Fabricius et al. (P13), le misure di raggio efficace R_e e di brillantezza superficiale (SB) efficace μ_e da Buta e al. (P12), il fattore di scala k da Fischer e Drory (P15)

³⁷ Dall'ellitticità $e = 1 - k$ si ottiene $k = 1 - e = c/a = \cos(i)$ dove i è l'angolo di inclinazione della galassia lungo la LOS, quindi $i = \arccos(k)$ con incertezza $\Delta i = \Delta k \, d(\arccos(k))/dk = \Delta k/k$; utilizzando direttamente k, l'incertezza su k è $\Delta k/k = \Delta e/e$

³⁸ Ho attribuito l'ellitticità dello sferoide ad uno schiacciamento intrinseco, del quale si osserva lo schiacciamento apparente q_{oss} ; l'incertezza su q_{oss} è $\Delta q_{oss} / q_{oss} = \Delta e/e$

³⁹ Il raggio efficace R_e è il raggio dell'isofota circolarizzata che comprende metà delle luce della galassia

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Y

disco, ho attribuito l'ellitticità apparente del bulge (dalla quale lo schiacciamento osservato $q_{\text{oss}} = 1 - e$) ad un suo schiacciamento intrinseco (q_B), ipotizzando che giacesse sul piano di simmetria della galassia e avesse la stessa inclinazione del disco (i_D); la relazione per ottenere lo schiacciamento intrinseco è

$$q_B = [(q_{\text{oss}}^2 - \cos^2(i_D))]^{1/2} / \sin(i_D)$$

dalla quale si ottiene⁴⁰

$$\text{- NGC7217} \quad q_B' = 0.82 \pm 0.57$$

Il notevole valore per il Δq_B consegue dalla grande incertezza iniziale sull'ellitticità dello sferoide, pari al 25%, dichiarato nello studio P13; l'incertezza suggerisce di considerare orientativa questa stima di schiacciamento intrinseco.

Se l'inclinazione del bulge fosse quella dell'anello interno (i_{ai}) anziché quella del disco, lo schiacciamento intrinseco del bulge stesso (q_B'') sarebbe maggiore e l'insieme delle componenti potrebbe essere indicativo di un merge non recente con una galassia minore che ha portato alla formazione della componente rotante esterna, peraltro di modesta entità, con diversa inclinazione e dove la metallicità e l'attività stellare sono effettivamente diverse da quelle del bulge e dell'anello (cfr Sez.7.10 e P13)

$$\text{- NGC7217} \quad q_B'' = 0.71 \pm 0.49$$

Tabella 5: NGC658 - Misure ottiche di riferimento⁴¹

Descrizione	valore
PA	26.4°
ellitticità	$0.44 \pm 0.01 \Rightarrow k_0 = 0.56 \pm 0.01 \Rightarrow i_0 = 56^\circ \pm 1^\circ$
μ_e (in mag/arcsec ⁻²)	22.10 ± 0.28
R_{br} (raggio di break)	$54.30 (+3.68 -3.49)$ arcsec
α (break sharpness)	$0.20 (+0.06 -0.02)$ arcsec ⁻¹ (smooth)
	inner exponential outer exponential
limite radiale min	24.57 arcsec 66.33 arcsec
limite radiale max	41.54 arcsec 83.94 arcsec
μ_0 (in mag/arcsec ⁻²) ⁴²	$19.80 (+0.23 -0.27)$ $22.18 (+0.25 -0.21)$
h (in arcsec)	$13.02 (+1.11 -1.04)$ $27.44 (+4.42 -2.74)$

4.4 Correzione della velocità radiale per i moti locali

Ho corretto le velocità radiali misurate come approfondito nella Sez.7.6, individuando con la funzione *rvcorrect* di IRAF le velocità per la sottrazione del contributo dovuto al moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole al giorno delle osservazioni

```
rv> # RVCORRECT: Observatory parameters for Mt. Ekar 182 cm. Telescope
rv> #      latitude = 45:50:54.92
rv> #      longitude = 348:25:07.92
rv> #      altitude = 1413.69
rv> ## HJD      V0BS      VHELIO      VLSR      VDIURNAL      VLUNAR
rv> 2459543.33448 3000.00 2977.31 2989.72 -0.191 0.007
rv>                -22.507 12.414

rv> # RVCORRECT: Observatory parameters for Mt. Ekar 182 cm. Telescope
rv> #      latitude = 45:50:54.92
rv> #      longitude = 348:25:07.92
rv> #      altitude = 1413.69
rv> ## HJD      V0BS      VHELIO      VLSR      VDIURNAL      VLUNAR
rv> 2459543.25469 970.00 952.88 948.10 0.204 0.013
rv>                17.339 -4.782
```

quindi

$$\text{- NGC7217} \quad V_{\text{rivoluzione}} = -22.69 \text{ Km/s}$$

$$\text{- NGC658} \quad V_{\text{rivoluzione}} = -17.12 \text{ Km/s}$$

Applicando la [7.6.1] con i valori noti di coordinate e velocità si ottiene

$$\text{- NGC7217} \quad \Delta V_{3k} = 279.92 \text{ Km/s}$$

$$\text{- NGC658} \quad \Delta V_{3k} = 40.16 \text{ Km/s}$$

e infine dalla [7.6.2]

$$\text{- NGC7217} \quad V_{\text{cosmologica}} = 1248.8 \pm 1.3 \text{ Km/s}$$

$$\text{- NGC658} \quad V_{\text{cosmologica}} = 3024.0 \pm 1.0 \text{ Km/s}$$

Ho ottenuto la stima delle distanze D delle galassie applicando la legge di Hubble⁴³ $D = V_{\text{cosmologica}} / H_0$, dove H_0 è un parametro espresso in Km/s per Mpc⁴⁴,

$$\text{- NGC7217} \quad D_0 = 16.87 \pm 0.34 \text{ Mpc}$$

$$\text{- NGC658} \quad D_0 = 40.85 \pm 0.80 \text{ Mpc}$$

Di conseguenza, le incertezze sulle misure dei raggi calcolati dalle misure di angoli misurati in arcosecondi sono $\Delta R = 1.1 \%$ per NGC7217 e $\Delta R = 1.6 \%$ per NGC658 (cfr [7.9.1]).

4.5 Stima delle velocità intrinseche di rotazione

Le misure di velocità di rotazione V_{LOS} ottenute (al netto della velocità di sistema) rappresentano le velocità lungo la LOS (Line of Sight) e devono essere deproiettate sul piano della galassia per ottenere le velocità intrinseche (cfr Sez.7.7).

Dall'analisi delle misure fotometriche degli studi P12 e P13, risultano delle differenze nei PA_{LS} impostati per la long slit (LS) nelle esposizioni⁴⁵ rispetto alle misure di precisione degli studi, PA_0 , che ho preso come riferimento, ovvero

$$\text{- NGC7217} \quad PA_{\text{LS}} = 100.0^\circ \pm 0.1^\circ \quad PA_0 = 82.1^\circ \pm 2.5^\circ$$

$$\text{- NGC658}^{46} \quad PA_{\text{LS}} = 20.0^\circ \pm 0.1^\circ \quad PA_0 = 26.4^\circ \pm 3^\circ$$

⁴³ L'incertezza sulla misura di D è

$$\Delta D/D = \Delta V_{\text{cosmologica}}/V_{\text{cosmologica}} + \Delta H_0/H_0$$

⁴⁴ Ho utilizzato la stima $H_0 = 74.03 \pm 1.42 \text{ km/s Mpc}$, determinato dal gruppo di lavoro di Adam Riess, premio Nobel nel 2011 per la determinazione dell'accelerazione dell'universo con lo studio delle supernovae, in Riess et al., 2019

⁴⁵ Si può ipotizzare l'incertezza sulla misura PA_{LS} impostata nel telescopio pari a $\Delta PA_{\text{LS}} = 0.1^\circ$

⁴⁶ L'incertezza sulla misura di PA_0 non era specificata per NGC658, ho considerato un valore prudenziale di 3°

⁴⁰ L'incertezza sulla misura di q è

$$\Delta q = [q_{\text{oss}} \Delta q_{\text{oss}} + (1 - q_{\text{oss}}^2) \Delta i / \text{tg}(i)] / q \sin^2(i)$$

⁴¹ Ho ricavato le misure dallo studio fotometrico di Muñoz-Mateos et al. (P14), nel quale il disco è stato diviso nelle componenti di interpolazione esponenziale interna (inner exponential) ed esterna (outer exponential); ho ricavato l'ellitticità da Lewis e Spekkens 2018 e l'ho considerata come parametro di riferimento k_0 , la brillantezza efficace media μ_e dal database HyperLeda (<http://leda.univ-lyon1.fr>)

⁴² Misure non corrette per l'inclinazione

Con riferimento alla [7.7.1] $\omega^{47} = PA_{LS} - PA_0$ e si ricava

- NGC7217 $\omega = 17.9^\circ \pm 0.6^\circ$

$\theta = 23.8^\circ \pm 2.3^\circ$

- NGC658 $\omega = -6.4^\circ \pm 0.8^\circ$

$\theta = -11.3^\circ \pm 1.3^\circ$.

I coefficienti di deproiezione per le velocità, con riferimento alla [7.7.2] sono

- NGC7217 $\Xi = 1.60 \pm 0.03$

- NGC658 $\Xi = 1.23 \pm 0.10$.

Con riferimento alla [7.7.3] e alla relativa nota per l'incertezza sulla misura, si ricavano⁴⁸

- NGC7217 $V_{\text{dep}} = (1.60 \pm 0.03) (V_{LS} - V_{\text{sys}})$

- NGC658 $V_{\text{dep}} = (1.23 \pm 0.10) (V_{LS} - V_{\text{sys}})$;

dove V_{sys} è il valore ricavato nella Sez.4.1 e la relativa incertezza è calcolata nella Sez.4.2; le curve di velocità delle galassie sono riportate nella Fig.19 e nella Fig.20.

I coefficienti di deproiezione per le lunghezze dei raggi, con riferimento alla [7.9.1] e alla [7.7.4], sono⁴⁹

- NGC7217 $\Theta = 1.04$

- NGC658 $\Theta = 1.01$.

Ho modificato tutti gli script Python per l'elaborazione delle misure intrinseche per tenere conto di questi coefficienti.

4.6 Stima delle distanze con la relazione di Tully-Fisher

Con riferimento alla Sez.7.8, dalla interpolazione prevista al 20% del flusso e applicando la [7.8.1] e la [7.8.2] alle velocità deproiettate, tenendo conto dell'estinzione ho ottenuto la stima delle distanze.

Analizzando l'andamento della curva di velocità di NGC7217 (e il database delle coordinate dei rispettivi punti) ho individuato $R_{\text{lim}} = 7.87$ Kpc e al 20% del flusso ($R_{20} = 1.57$ Kpc) la velocità $V_{20} = 205.5 \pm 2$ Km/s, dalla quale ho ottenuto

- NGC7217 $\Delta_{\text{TF}} V_{20} = 411 \pm 8$ Km/s

$\mathcal{M}_{\text{VTF}} = -21.30 \pm 0.23$ mag

$D_{0\text{TF}} = 16.98 \pm 0.19$ Mpc

La misura di magnitudine assoluta ottenuta è attendibile, pur essendo sottostimata rispetto alla misura $\mathcal{M}_{\text{NED}} = -23.31 \pm 0.25$ mag e sovrastimata rispetto alla misura $\mathcal{M}_{\text{P15}} = 20.59$ mag.

Analizzando l'andamento della curva di velocità di NGC658 ho individuato $R_{\text{lim}} = 18.30$ Kpc (cfr Sez.5.1 per l'analisi completa); per mitigare l'effetto sulla misura al 20% del flusso, necessario per la valutazione con la relazione di Tully-Fisher, da parte di un minimo nella curva in corrispondenza del raggio di

3.5 Kpc (possibile conseguenza della barra), ho interpolato l'andamento (semplificato come lineare) tra i punti notevoli⁵⁰ $R_1 [2.5, 141.3]$ e $R_2 [5.5, 171.18]$, individuando il valore $V_{20} = 152.85 \pm 2$ Km/s per $R_{20} = 3.66$ Kpc

- NGC658 $\Delta_{\text{TF}} V_{20} = 305.7 \pm 8.0$ Km/s

$\mathcal{M}_{\text{VTF}} = -20.14 \pm 0.34$ mag

$D_{0\text{TF}} = 42.46 \pm 0.66$ Mpc .

Per confrontare la magnitudine assoluta di NGC658, ho reperito il valore $\mathcal{M}_V = -21.5$ (senza incertezza nota) in banda V nel database NED e il valore $\mathcal{M}_B = -20.43 \pm 0.30$ in banda B nel database HyperLeda; la misura effettuata risulta sottostimata ma attendibile, pur essendo indiretta rispetto alle misurazioni fotometriche.

Le misure di distanza sono coerenti, entro le incertezze, con le precedenti misure determinate con la legge di Hubble, che restano le misure di riferimento D_0 per questo lavoro per la maggior affidabilità del metodo di misura rispetto alla relazione Tully-Fisher; le misure sono coerenti anche rispetto alla media delle misure ricavate dal NED: $D_{\text{NED}} = 16.2 \pm 1.8$ Mpc per NGC7217 e $D_{\text{NED}} = 38.6 \pm 3.3$ Mpc per NGC658; è da rilevare che le stime riportate nel NED sono molto diverse tra loro, con valori da 15.8 Mpc a 23 Mpc per NGC7217 e da 31.7 Mpc a 46 Mpc per NGC658.

4.7 Normalizzazione delle misure

Applicando le relazioni approfondite nella Sez.7.9 ho calcolato i coefficienti per normalizzare i dati della letteratura e del NED rispetto ai dati della presente relazione.

Tabella 6: NGC658 - Confronto delle misure originali, normalizzate e i rispettivi coefficienti di normalizzazione

Misure	originali	coefficienti	riferimenti
i_0		Φ_x [cfr 7.9.3]	$56^\circ \pm 1^\circ$
i_{P15}^{51}	$55^\circ \pm 1^\circ$	1.02 ± 0.04	
D_0		Ω_x [cfr 7.9.4]	40.85 ± 0.80 Mpc
D_{P14}^{52}	37.00 ± 0.80 Mpc	1.10 ± 0.04	
D_{NED}	38.6 ± 3.3 Mpc	1.06 ± 0.11	
V_{lim}		Ψ_x [cfr 7.9.5]	180.6 ± 2.0 Km/s
Ψ_{P14}		0.99 ± 0.02	

⁴⁷ L'incertezza sulla misura di ω è $\Delta\omega/\omega = \Delta PA_0/PA_0 + \Delta PA_{LS}/PA_{LS}$

⁴⁸ I coefficienti da applicare senza la correzione per il PA, ovvero $1/\sin(i)$, avrebbero i valori 1.47 per NGC7217 e 1.21 per NGC658

⁴⁹ L'incertezza per queste misure è trascurabile, essendo dell'ordine di 10^{-4}

⁵⁰ Cfr il grafico dell'andamento in Fig.19

⁵¹ Mancando l'incertezza sulla misura originale, l'ho stimata pari all'incertezza sulle misure di questo studio

⁵² Mancando l'incertezza sulla misura originale, l'ho stimata pari all'incertezza sulla misura di questo studio

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

Tabella 7: NGC7217 - Confronto delle misure originali, normalizzate e i rispettivi coefficienti di normalizzazione

Misure	originali	coefficienti	riferimenti
$i_0^{53} = i_{P14}$		Φ_x [cfr 7.9.3]	$43^\circ \pm 4^\circ$
i_{P13}	$35.0^\circ \pm 0.4^\circ$	1.22 ± 0.13	
i_{P18}^{54}	$35^\circ \pm 3^\circ$	1.22 ± 0.22	
D_0^{55}		Ω_x [cfr 7.9.4]	16.87 ± 0.34 Mpc
D_{P12}	14.5 Mpc	1.16 ± 0.05	
D_{P13}	18.4 Mpc	0.92 ± 0.04	
D_{P18}	24.7 Mpc	0.68 ± 0.03	
D_{NED}	17.7 ± 1.1 Mpc	0.95 ± 0.08	
V_{lim}		Ψ_x [cfr 7.9.5]	228.5 ± 2.0 Km/s
V_{P12}^{56}	160 ± 24 Km/s	1.19 ± 0.21	190 ± 62 Km/s
V_{P18}^{57}	258 Km/s	0.89 ± 0.13	230 Km/s

5 - STIMA DELLA MASSA SECONDO I MODELLI

5.1 Considerazioni sulla struttura delle galassie

Ho confrontato le curve di velocità ottenute con le informazioni ottiche, le analisi fotometriche e le analisi degli studi consultati, per individuare delle strutture semplificate per la stima dei raggi caratteristici e delle velocità, necessari alla valutazione delle densità e delle masse.

La galassia NGC7217 presenta delle curve di velocità piuttosto regolari, pur avendo una struttura complessa ed essendo dominata dal bulge (cfr l'approfondimento alla Sez.7.10); ho adottato la seguente semplificazione, finalizzata alla valutazione separata di bulge e disco:

- la velocità cresce linearmente fino al raggio $R_1 = 0.55$ Kpc, da 0 Km/s fino a $V_1 = 176.45$ Km/s
- da R_1 , la rotazione continua con un andamento lineare crescente della velocità ma con minor gradiente, fino al raggio $R_2 = 1.57$ Kpc dove la velocità è $V_2 = 195.81$ Km/s; ho considerato fino a R_2 il tratto rigido con densità di massa costante

⁵³ i_0 è ricavato da P13 e considerato come riferimento per il presente studio

⁵⁴ Ho considerato la stessa incertezza di i_0 , non essendo indicata nel paper originale

⁵⁵ Per i seguenti coefficienti di D mancano le incertezze sulle misure originali, le ho stimate pari all'incertezza sulle misure di questo studio, anche se per D_{P18} l'incertezza è sicuramente superiore al 4%

⁵⁶ È stata fatta una stima mediando le due ipotesi dello studio sulla predominanza del bulge, valutando in modo approssimativo la velocità; nello studio sono state considerate anche misure nel campo radio delle regioni HI

⁵⁷ Ho calcolato la velocità normalizzata senza incertezza associata, mancando nelle misure originali di Rubin et al. in P18

- da R_2 fino al limite delle misure effettuate⁵⁸ $R_3 = R_{lim} = 7.87$ Kpc i bracci della galassia in avvicinamento hanno un modulo di velocità maggiore degli altri, le differenze variano da 10 Km/s a 20 Km/s circa; la velocità complessiva cresce molto lentamente, quasi linearmente, fino alla velocità interpolata $V_3 = V_{flat} = 228.50$ Km/s; il raggio del bulge⁵⁹ è $R_0 = 4.75$ Kpc con $V_0 = 217.64$ Km/s.

Per le caratteristiche del bulge, quasi totalmente in rotazione oltre il raggio di 6 arcsec, non è possibile applicare il teorema del viriale per la determinazione della massa, nell'ipotesi che il gas possa stimare anche il moto stellare.

La galassia NGC658 presenta una debole barra, inclinata rispetto all'orientamento del PA, e delle lacune evidenti anche nel visibile (cfr Fig.2) verso la periferia, che confermano le lacune presenti nelle misure di velocità del gas (cfr Fig.18 a sinistra), in corrispondenza al raggio di break (che unisce le due esponenziali di interpolazione delle isofote, cfr P14) al raggio di circa 54 arcsec e soprattutto nei bracci in avvicinamento e nella estrema periferia; le lacune nelle misure di velocità potrebbero essere conseguenza della lontananza tra loro dei bracci di spirale; le rilevazioni alla periferia di velocità significativamente diverse dall'andamento tendenziale (± 25 –30 Km/s) potrebbero essere conseguenza di un incorporamento non recente di una struttura minore (della quale non c'è traccia evidente nel visibile), a seguito della quale può essere attiva la formazione stellare e le nubi di HII anche non in prossimità del piano galattico, simmetricamente al di sopra e al di sotto dei bracci di spirale.

La sovrapposizione delle due curve di velocità (Fig.19 a sinistra) descrive comunque una struttura mediamente coerente fino al raggio di 93.4 arcsec, ovvero 18.90 Kpc, con un leggero gradiente (non lineare) della velocità per raggi superiori a 5.50 Kpc (Fig.19 a destra). Le due curve di velocità sono invece quasi perfettamente coerenti fino a questo raggio e presentano un massimo a 2.50 Kpc e un minimo a 3.50 Kpc, che ho interpretato come una lacuna conseguente alla barra stessa, non allineata all'asse maggiore (e all'asse della fenditura di osservazione). Dopo questo minimo, la velocità cresce fino al raggio di break con una pendenza diversa rispetto al core, all'interno di una distribuzione omogenea della componente stellare.

Ho quindi adottato per NGC658 la seguente semplificazione interpretativa, per una valutazione separata di bulge e disco:

- il bulge si estende fino al raggio $R_1 = R_0 = 2.50$ Kpc, con crescita di velocità (quasi lineare) da 0 Km/s fino a $V_1 = 141.3$ Km/s
- in R_1 , inizia una seconda struttura in rotazione che include la barra, con una crescita lineare di velocità fino alla discontinuità al raggio $R_2 = 5.50$ Kpc dove la velocità è $V_2 = 171.18$ Km/s⁶⁰

⁵⁸ Ho considerato come ultimo raggio l'ultima misura rilevata con velocità coerente con la tendenza lineare, escludendo quindi le ultime due effettive

⁵⁹ Ho adottato la misura di Fabricius et al. in P13, pag 2224, anche in considerazione dell'andamento delle curve misurate, che sembrano individuare un cambio di struttura a quel raggio; il dato è inferiore (49.9 ± 3.4 arcsec) nello studio fotometrico P12

⁶⁰ In tal modo si trascurava il minimo nella curva e si compie una

- da R_2 fino al limite delle misure effettuate⁶¹ $R_3 = R_{lim} = 18.30$ Kpc la velocità cresce molto lentamente, quasi linearmente, fino alla velocità interpolata $V_3 = V_{flat} = 180.62$ Km/s. Per le caratteristiche del bulge, in rotazione, non è possibile applicare il teorema del viriale per la determinazione della massa, nell'ipotesi che il gas possa stimare anche il moto stellare.

5.2 Stima della massa secondo la dinamica newtoniana

Con riferimento agli approfondimenti della Sez.7.1, alle misure della Sez.4.4, della Sez.4.5 e alla struttura definita nella Sez.5.1, ho ricavato la densità di massa del tratto rigido⁶² dalla [7.1.9] e la massa del bulge dalla [7.1.10], considerate le misure riportate nella Sez.7.11

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217}^{63} \quad \rho_2 &= (1.42 \pm 0.04) \cdot 10^{-1} M_{Sun}/pc^3 && \text{con } q_B' \\ \rho_2 &= (1.64 \pm 0.04) \cdot 10^{-1} M_{Sun}/pc^3 && \text{con } q_B'' \\ \mathbf{M_B} &= \mathbf{(5.23 \pm 0.15) \cdot 10^{10} M_{Sun}} \\ \text{- NGC658}^{64} \quad \rho_B &= (0.76 \pm 0.05) M_{Sun}/pc^3 \\ \mathbf{M_B} &= \mathbf{(1.16 \pm 0.04) \cdot 10^{10} M_{Sun}} \end{aligned}$$

Ho ottenuto la densità di massa del disco (in funzione di R) dalla [7.1.11] e la massa del disco dalla [7.4.4], considerate le misure riportate nella Sez.7.11 e supposto che lo schiacciamento intrinseco del disco sia $q_D = 0.2$, ovvero che il rapporto tra gli assi dello sferoide oblato che approssima il disco sia 1:5

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \rho_D(R) &= 4.83 \cdot 10^6 / R^2 [M_{Sun}/pc^3] \\ \rho_B &= (1.94 \pm 0.06) \cdot 10^{-1} M_{Sun}/pc^3 \\ \rho_D(R_{lim}) &= (7.8 \pm 0.8) \cdot 10^{-2} M_{Sun}/pc^3 \\ \mathbf{M_D} &= \mathbf{(4.32 \pm 0.25) \cdot 10^{10} M_{Sun}} \\ \text{- NGC658}^{65} \quad \rho_D(R) &= 3.02 \cdot 10^6 / R^2 [M_{Sun}/pc^3] \\ \rho_1 &= (1.00 \pm 0.11) \cdot 10^{-1} M_{Sun}/pc^3 \\ \rho_{lim} &= (9.0 \pm 0.2) \cdot 10^{-3} M_{Sun}/pc^3 \\ \mathbf{M_D} &= \mathbf{(1.27 \pm 0.06) \cdot 10^{11} M_{Sun}} \end{aligned}$$

Sommando, o piuttosto utilizzando la [7.1.12] per avere una minore incertezza, ho ottenuto la massa dell'intera galassia

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \mathbf{M_G} &= \mathbf{(9.55 \pm 0.27) \cdot 10^{10} M_{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad \mathbf{M_G} &= \mathbf{(1.39 \pm 0.05) \cdot 10^{11} M_{Sun}} \end{aligned}$$

piccola sovrastima complessiva sulle velocità

⁶¹ Ho considerato come ultimo raggio l'ultima misura rilevata con velocità coerente con la tendenza, escludendo quindi le ultime tre

⁶² Evidenzio che per NGC7217, dominata dal bulge (in rotazione), il raggio del tratto rigido a densità costante $R_2 = 1.57$ Kpc è inferiore al raggio del bulge $R_B = 4.75$ Kpc

⁶³ L'incertezza sullo schiacciamento intrinseco non è stata considerata (cfr Sez.4.3); volendo escludere lo schiacciamento dal calcolo, risulterebbe $\rho(R_2) = (1.17 \pm 0.04) \cdot 10^{-1} M_{Sun}/pc^3$

⁶⁴ Il raggio del bulge coincide con il raggio del tratto rigido

⁶⁵ Le densità di massa si riferiscono al raggio interno ed esterno del disco

5.3 Stima della massa sulla base della teoria MOND

Con riferimento agli approfondimenti della Sez.7.2, alle misure della Sez.4.4 e alle strutture definite nella Sez.5.1, si ottiene dalla [7.2.3] la massa totale delle galassie; poiché la velocità nel tratto piatto non è veramente costante per entrambe le galassie (nei moduli di velocità ci sono differenze tra i due estremi rispettivamente di 9.44 Km/s e 16.3 Km/s), ho considerato un valore medio

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad V_{MOND} &= 212.2 \pm 4.0 \text{ Km/s} \\ \text{- NGC658} \quad V_{MOND} &= 190.6 \pm 4.0 \text{ Km/s} \\ \text{ottenendo} \\ \text{- NGC7217} \quad \mathbf{M_G} &\approx \mathbf{(1.28 \pm 0.35) \cdot 10^{11} M_{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad \mathbf{M_G} &\approx \mathbf{(6.0 \pm 1.5) \cdot 10^{10} M_{Sun}} \end{aligned}$$

La misura della massa di NGC7217 è coerente entro le incertezze con la valutazione secondo il modello newtoniano. La misura di NGC658 è sottostimata di un fattore 2.3; considerando invece la massima velocità misurata $V_{max} = 212$ Km/s (22 Km/s in più), la stima sarebbe molto coerente

$$\text{- NGC658} \quad M_{G(V_{max})} \approx (1.27 \pm 0.30) \cdot 10^{11} M_{Sun}$$

5.4 Stima della massa sulla base della costanza di Υ

Con riferimento agli approfondimenti della Sez.7.4 e alle stime finora effettuate, per la valutazione della massa sulla base della costanza di Υ è necessario determinare la luminosità totale delle galassie L_G e la luminosità dei bulge L_B .

Ho determinato la luminosità totale delle galassie dalla magnitudine assoluta (in banda V) determinata nella Sez.4.6 con la relazione di Tully-Fischer, considerate le misure della Sez.7.11⁶⁶

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \mathbf{L_G} &= \mathbf{(2.83 \pm 0.26) \cdot 10^{10} L_{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad \mathbf{L_G} &= \mathbf{(9.73 \pm 0.07) \cdot 10^9 L_{Sun}} \end{aligned}$$

e il conseguente rapporto Υ ⁶⁷ utilizzando le stime delle masse per i due modelli

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \Upsilon_G &= \mathbf{0.75 \pm 0.02} M_{Sun}/L_{Sun} && \text{mod. newtoniano} \\ \Upsilon_G &= \mathbf{0.45 \pm 0.11} M_{Sun}/L_{Sun} && \text{mod. MOND} \\ \text{- NGC658} \quad \Upsilon_G &= \mathbf{14.2 \pm 0.6} M_{Sun}/L_{Sun} && \text{mod. newtoniano} \\ \Upsilon_G &= \mathbf{0.62 \pm 0.16} M_{Sun}/L_{Sun} && \text{mod. MOND} \end{aligned}$$

Confronto con la letteratura

Utilizzando i valori di magnitudine assoluta del database NED ho ottenuto

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \mathcal{M}_{NED} &= -23.31 \pm 0.25 \text{ mag} \\ L_G &= (1.80 \pm 0.18) \cdot 10^{11} L_{Sun} \end{aligned}$$

⁶⁶ La relazione tra magnitudini assolute e luminosità di galassia e Sole è $\mathcal{M}_G - \mathcal{M}_{Sun} = -2.5 \lg(L_G/L_{Sun})$; l'incertezza sulla misura di L_G , non disponendo delle incertezze sulle misure del Sole e dell'estinzione, comunque trascurabili rispetto all'incertezza $\Delta \mathcal{M}_G$, è $\Delta L_G/L_G = 0.4 \Delta \mathcal{M}_G$

⁶⁷ L'incertezza sulla misura di Υ è $\Delta(\Upsilon)/(\Upsilon) = \Delta M/M + \Delta L/L$

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

$$\begin{aligned} \text{- NGC658} \quad \mathcal{M}_{\text{NED}}^{68} &= -21.5 \text{ mag} \pm 0.25 \text{ mag} \\ L_G &= (3.40 \pm 0.34) \cdot 10^{10} L_{\text{Sun}} \end{aligned}$$

e con i valori di massa misurati il conseguente rapporto Υ_G

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \Upsilon_G &= 0.53 \pm 0.07 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}} \quad \text{mod. newtoniano} \\ \Upsilon_G &= 0.71 \pm 0.25 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}} \quad \text{mod. MOND} \\ \text{- NGC658} \quad \Upsilon_G &= 4.09 \pm 0.56 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}} \quad \text{mod. newtoniano} \\ \Upsilon_G &= 1.76 \pm 0.62 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}} \quad \text{mod. MOND} . \end{aligned}$$

Per NGC7217 i valori dei rapporti Υ_G sono sostanzialmente coerenti, entro le incertezze per il modello MOND, nonostante una differenza iniziale di 2 mag nelle magnitudini assolute. Per NGC658 il valore di magnitudine assoluta utilizzato, 1.36 mag superiore a quello misurato con la relazione di Tully-Fisher, determina una luminosità totale superiore di circa 3 volte, quindi un pari minor valore nel rapporto Υ_G . Questi valori di confronto non sono riportati nelle tabelle riassuntive.

Stima luminosità del bulge

Ho determinato la luminosità del bulge applicando la [7.4.6] con i valori di raggio efficace e brillantezza superficiale efficace riportati nella Tab.4 per NGC7217, ricavati dalla Tab.5 e calcolati tramite la relazione $L_G = 7.22 \pi R_e^2 I_e$ per NGC658⁶⁹

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217}^{70} \quad R_e &= 4.12 \pm 0.05 \text{ Kpc} \quad I_e = 49.7 \pm 1.6 L_{\text{Sun}}/\text{pc}^2 \\ \text{- NGC658}^{71} \quad R_e &= 8.75 \pm 0.06 \text{ Kpc} \quad I_e = 5.6 \pm 0.6 L_{\text{Sun}}/\text{pc}^2 \end{aligned}$$

dai quali

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217}^{72} \quad L_B &= (1.91 \pm 0.11) \cdot 10^{10} L_{\text{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad L_B &= (1.94 \pm 0.23) \cdot 10^9 L_{\text{Sun}} \end{aligned}$$

e il conseguente rapporto Υ_B

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad \Upsilon_B &= 2.74 \pm 0.24 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad \Upsilon_B &= 5.97 \pm 0.91 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}} . \end{aligned}$$

Calcolo della massa secondo il modello Υ

Ho stimato la massa secondo il modello della costanza del rapporto M/L, come approfondito nella Sez.7.4, applicando la [7.4.5] nel caso di Υ'' differenziato per bulge e disco

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad M_G &= (7.0 \pm 1.0) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad M_G &= (4.49 \pm 0.67) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}} \end{aligned}$$

e la [7.4.7] considerando un unico Υ'

$$\begin{aligned} \text{- NGC7217} \quad M_G &= (7.8 \pm 1.4) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}} \\ \text{- NGC658} \quad M_G &= (5.82 \pm 0.93) \cdot 10^{10} M_{\text{Sun}} . \end{aligned}$$

6 - CONFRONTI E CONCLUSIONI

Le stime ottenute per le masse delle due galassie sono riassunte nella Tab.8 e nella Tab.11, insieme ad alcune stime ricavate dalla letteratura, normalizzate come approfondito nella Sez.7.9, utilizzando i coefficienti determinati nella Sez.4.7.

Nella Tab.9 e nella Tab.12 ho evidenziato per le due galassie il confronto tra i rapporti delle masse di bulge, disco e intera galassia per i casi in cui i dati erano disponibili.

Nella Tab.10 e nella Tab.13 ho evidenziato per le due galassie il confronto tra valori di Υ per bulge, disco e intera galassia per i modelli newtoniano e basato su Υ ; per il bulge il dato è lo stesso e per il disco proviene da una differenza, quindi è significativo il confronto tra le stime di Υ_G nei due modelli.

Tabella 8: NGC7217 Confronto delle misure delle masse

Modello / rif.	M_B in $10^{10} M_{\text{Sun}}$	M_D in $10^{10} M_{\text{Sun}}$	M_G in $10^{10} M_{\text{Sun}}$
newtoniano	5.23 $\pm$ 0.15	4.32 $\pm$ 0.25	9.55 $\pm$ 0.27
basato su Υ''		1.8 $\pm$ 0.3	7.0 $\pm$ 1.0
basato su Υ'		2.5 $\pm$ 0.5	7.8 $\pm$ 1.4
MOND			12.8 $\pm$ 3.5
studio P12 ⁷³	[3 – 9]	[6 – 3.7]	[9 – 12.7]
studio P12 _{norm}	4.1 – 12.4	8.2 – 5.1	12.4 – 17.5
studio P13 _{norm} ⁷⁴			19.5
studio P18			[22.7]
studio P18 _{norm}			13.7

Per la massa dell'intera galassia NGC7217, le stime secondo il modello newtoniano e la teoria MOND sono coerenti entro le incertezze di quest'ultima (osservo che con soli 15 Km/s in meno nelle misure effettuate, la stima per la MOND sarebbe pienamente coerente); le valutazioni basate sulla costanza di Υ sono sottostimate rispetto alle altre, anche se nel caso di Υ' sarebbero, di misura, entro il limite delle incertezze.

Tabella 9: NGC7217 Confronto dei rapporti tra le misure delle masse

Modello / rif.	M_B / M_D	M_B / M_G	M_D / M_G
newtoniano	1.21 $\pm$ 0.11	0.55 $\pm$ 0.03	0.45 $\pm$ 0.04
basato su Υ''	2.91 $\pm$ 0.57	0.75 $\pm$ 0.15	0.26 $\pm$ 0.08
basato su Υ'	2.09 $\pm$ 0.48	0.67 $\pm$ 0.14	0.32 $\pm$ 0.12
studio P12 _{norm}	0.50 – 2.43	0.33 – 0.71	0.66 – 0.29

⁶⁸ Non è disponibile l'incertezza per questa misura, ho arbitrariamente considerato un valore di 0.25 mag

⁶⁹ Utilizzando la relazione $\lg(I_e/I_{\text{Sun}}) = -0.4 (\mu_e - \mu_{\text{Sun}})$, non disponendo dell'incertezza sulla misura di $\mu_{\text{Sun}} = 26.4 \text{ mag/arcsec}^2$ in banda V, l'incertezza sulla misura di I_e è $\Delta I_e/I_e = 0.4 \Delta \mu_e$

⁷⁰ Utilizzando la [7.9.1], l'incertezza sulla misura di R_e è $\Delta R_e/R_e = \Delta D/D + \Delta \alpha''/\alpha''$, dove D è la distanza utilizzata per il calcolo

⁷¹ L'incertezza sulla misura di R_e è $\Delta R_e/R_e = (\Delta L_G/L_G + \Delta I_e/I_e) / 2$

⁷² L'incertezza sulla misura di L_G è $\Delta L_G/L_G = 2 \Delta R_e/R_e + \Delta I_e/I_e$

⁷³ I due valori indicati per lo studio P12 si riferiscono a due modelli, uno con $M_B/M_D = 0.5$ e uno con $M_B/M_D = 2.4$

⁷⁴ Ho dedotto la massa totale dal rapporto Υ , considerando lo stesso valore di luminosità totale calcolato nel mio studio, perché nel paper non sono indicati i valori utilizzati; ho omissso l'incertezza considerata l'arbitrarietà del calcolo, che risulta sovrastimato

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

Il bulge è preponderante, costituendo oltre la metà della massa dell'intera galassia, come si nota nei rapporti della Tab.9 per tutti i modelli.

 Tabella 10: NGC7217 Confronto dei rapporti tra le misure di Υ

Modello / rif.	Υ_B	Υ_D	Υ_G
newtoniano	2.74 ± 0.24	4.70 ± 0.99	3.38 ± 0.41
basato su Υ''		1.96 ± 0.62	2.47 ± 0.58
basato su Υ'		2.72 ± 0.96	2.76 ± 0.75
MOND			4.5 ± 1.6

La miglior coerenza per le stime dei diversi modelli si ha nella Tab.10 per le misure dei rapporti Υ dell'intera galassia, essendo tutte comprese nei margini di incertezza.

Lo studio di Fabricius et al.⁷⁵ ha ottenuto la misura deproiettata $\Upsilon_G = 4.5 M_{\text{Sun}} / L_{\text{Sun}}$. Precedenti studi fotometrici con strumenti meno avanzati avevano ottenuto⁷⁶ le stime $M_D/L_D = (8.6-5.3) M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}}$ e $M_B/L_B = (1.8-5.3) M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}}$ rispettivamente per i modelli con $M_B/M_D = 0.5$ e $M_B/M_D = 2.4$, o⁷⁷ $M_G/L_G = 3.5 \pm 1 M_{\text{Sun}}/L_{\text{Sun}}$.

Tabella 11: NGC658 Confronto delle misure delle masse

Modello / rif.	M_B in $10^{10} M_{\text{Sun}}$	M_D in $10^{10} M_{\text{Sun}}$	M_G in $10^{10} M_{\text{Sun}}$
newtoniano	1.16 ± 0.04	12.64 ± 0.47	13.8 ± 0.4
basato su Υ''		3.4 ± 0.6	4.5 ± 0.7
basato su Υ'		4.7 ± 0.9	5.8 ± 0.9
MOND			6.7 ± 1.5

Per la massa dell'intera galassia NGC658, la misura secondo il modello newtoniano è sovrastimata rispetto alle altre, che invece sono coerenti tra loro entro le incertezze.

 Tabella 12: NGC658 Confronto dei rapporti tra le misure delle masse⁷⁸

Modello / rif.	M_B / M_D	M_B / M_G	M_D / M_G
newtoniano	0.091 ± 0.007	0.085 ± 0.003	0.915 ± 0.036
basato su Υ''	0.35 ± 0.08	0.26 ± 0.05	0.74 ± 0.13
basato su Υ'	0.24 ± 0.06	0.20 ± 0.03	0.80 ± 0.28

Diversamente dall'altra galassia, il bulge è molto piccolo ri-

spetto al disco e, come si vede nella Tab.12, è dell'ordine del 10% della sua massa (modello newtoniano) o del 30% (modello basato su Υ), confermato anche dal rapporto dei valori di luminosità $L_B / L_G = 0.200 \pm 0.025$ (valore non in tabella).

La sovrastima per il modello newtoniano determina nel rapporto Υ dei valori particolarmente alti rispetto alle altre valutazioni (cfr Tab.13), che sono invece coerenti tra loro entro le incertezze.

 Tabella 13: NGC658 Confronto dei rapporti tra le misure di Υ

Modello / rif.	Υ_B	Υ_D	Υ_G
newtoniano	5.97 ± 0.91	16.2 ± 2.7	14.18 ± 0.14
basato su Υ''		4.3 ± 1.3	4.6 ± 0.7
basato su Υ'		6.0 ± 1.9	6.0 ± 1.0
MOND			6.9 ± 1.6

Una prima conclusione, sulla base di queste sole due analisi, è che il modello MOND si è rivelato particolarmente 'delicato', prima con una sensibile sovrastima e poi con una sottostima, probabilmente perché dipende da un solo parametro, la velocità del tratto piatto, non univocamente stimabile soprattutto misurando il comportamento del gas (cfr eq. [7.2.3], negli altri modelli i parametri sono due o tre), e dalla quarta potenza di questa, quindi piccole variazioni nelle misure di velocità possono determinare grandi variazioni nella stima della massa. Questo rende incerte le valutazioni che, come nel nostro caso, misurano la velocità di rotazione solo dalla riga H α di emissione dell'HII e non, ad esempio, anche dall'idrogeno atomico HI, che potrebbe confermare o correggere le misure effettuate.

Le stime secondo il modello newtoniano si basano sulla relazione [7.1.12] ma non corrispondono all'andamento kepleriano delle velocità (infatti le misure hanno confermato V costante per $R > R_0$ e non come previsto dalla teoria newtoniana $V \propto 1/R^{1/2}$), quindi sulla base di questo modello la massa misurata include anche della massa non altrimenti visibile (evidenziato in particolare da $\Upsilon_G \approx 14$ per NGC658); ovvero la massa misurata sovrastima la massa barionica, quella che invece misuriamo con gli altri due modelli. Da questa considerazione si può concludere che la differenza tra le stime è attribuibile alla presenza di DM (che di conseguenza sarebbe anche quantificata), oppure alla non congruità del modello newtoniano per strutture a bassa accelerazione come le galassie.

Le misure della massa basate sulla costanza dei rapporti Υ sono sottostimate rispetto alle misure del modello newtoniano, circa il 20% per NGC7217 e circa il 60% per NGC658, ma nella valutazione dei rapporti Υ_G restano sostanzialmente coerenti con gli altri modelli (cfr Tab.10 e Tab.13, a parte il citato caso di Υ_G per NGC658). Le masse misurate con questo modello si riferiscono solo alla componente barionica: stelle, gas e ISM che siano nella stessa proporzione della propria massa presente nel bulge (ad esempio grandi nubi periferiche di polveri o di idrogeno atomico HI sarebbero sottostimate). Va osservato che le galassie esaminate sono due

⁷⁵ Fabricius et al. in P13, cfr anche la Sez.7.10, hanno considerato una banda ottica nel range 4850-5480 Å

⁷⁶ Buta et al. in P12

⁷⁷ Rubin et al. in P18

⁷⁸ La stima per la luminosità del disco $L_D = (3.92 \pm 0.06) \cdot 10^9 L_{\text{Sun}}$ è calcolata per differenza

casi particolari: NGC7217 con un bulge molto grande rispetto all'intera galassia (cfr Tab.9) e NGC658 con un bulge molto piccolo e poco definito (cfr Tab.12); è possibile che sia necessaria in questi casi una 'taratura' fine del rapporto Υ_D/Υ_B in funzione delle caratteristiche morfologiche e della popolazione stellare, come si potrebbe verificare analizzando un numero significativo di altre galassie a spirale.

La conclusione è che la stima più attendibile della massa barionica di queste due galassie, sulla base delle misure osservative raccolte ed elaborate nei tre modelli, sia quella del modello basato sulla costanza di Υ .

7 - DIMOSTRAZIONI E APPROFONDIMENTI

7.1 Stima della massa secondo la dinamica newtoniana

Si può ottenere una valutazione della massa di una galassia a disco in funzione del raggio $M_G(R)$, note le velocità di rotazione e considerando il sistema in equilibrio dinamico con stelle e gas che si muovono circolarmente su un piano e hanno dispersioni di velocità trascurabili, uguagliando l'accelerazione centripeta di una massa in movimento in orbita circolare di raggio R (con la velocità funzione del raggio)

$$[7.1.1] \quad a_c = V^2(R) / R$$

all'accelerazione gravitazionale newtoniana (con la distribuzione di massa funzione del raggio):

$$[7.1.2] \quad a_G = G M_G(R) / R^2$$

dove G è la costante gravitazionale universale, dalle quali le relazioni

$$[7.1.3a] \quad V^2(R) = G M_G(R) / R$$

$$[7.1.3b] \quad M_G(R) = R V^2(R) / G$$

La massa in funzione del raggio si può determinare considerando sferico il volume della galassia e integrando da 0 a R l'incremento di volume $4\pi r^2 dr$ moltiplicato per la densità di massa funzione del raggio $\rho(r)$ ⁷⁹

$$[7.1.4] \quad M_G(R) = 4\pi \int_0^R \rho(r) r^2 dr$$

ottenendo dalla [7.1.3a]

$$[7.1.5] \quad V^2(R) = 4\pi G/R \int_0^R \rho(r) r^2 dr$$

Per ottenere una stima più realistica rispetto al caso sferico, ho considerato la galassia (o il bulge) un ellissoide oblato, (con semiassi $a=b>c$, e schiacciamento intrinseco $q=c/a$), moltiplicando il volume sferico per il fattore q ⁸⁰; quindi la [7.1.5] diventa

$$[7.1.6] \quad V^2(R) = 4\pi G/R \int_0^R q \rho(r) r^2 dr$$

e la [7.1.4] diventa

$$[7.1.7] \quad M_G(R) = 4\pi \int_0^R q \rho(r) r^2 dr$$

Dalla [7.1.6] è possibile ottenere la densità di massa in funzione del raggio e la massa al raggio desiderato, determinati la velocità V_{flat} del tratto costante di rotazione misurato sperimentalmente e il raggio R_0 al quale inizia il tratto stesso⁸¹.

Derivando la relazione [7.1.6] rispetto ad R ed esplicitando la densità di massa in funzione di R , si ottiene

$$[7.1.8] \quad \rho(R) = [V^2(R)/R^2 + 2(V(R)/R)(dV(R)/dR)] / 4\pi q G$$

Nel bulge, per $0 \leq R \leq R_0$, la velocità cresce linearmente con il raggio e segue la funzione $V(R) = R V_0 / R_0$ che applicata alla [7.1.8] porta alla densità di massa costante per il bulge⁸²

$$[7.1.9] \quad \rho_B(R) = 3 V_0^2 / 4\pi q_B G R_0^2$$

Dalla [7.1.3b] si ottiene direttamente la massa del bulge⁸³

$$[7.1.10] \quad M_B = V_0^2 R_0 / G$$

Nel disco, per $R_0 \leq R \leq R_{\text{lim}}$, indicato con R_{lim} il massimo raggio rilevato nelle misurazioni ottiche, la velocità è costante e segue la funzione $V(R) = V_{\text{flat}}$ che applicata alla [7.1.8] porta alla densità di massa decrescente per il disco⁸⁴

$$[7.1.11] \quad \rho_D(R) = V_{\text{flat}}^2 / 4\pi q_D G R^2$$

Dalla [7.1.3b] si ottiene la massa della galassia entro R_{lim} ⁸⁵

$$[7.1.12] \quad M_G = V_{\text{flat}}^2 R_{\text{lim}} / G$$

7.2 Stima della massa secondo la teoria MOND

La costanza delle velocità di rotazione può essere interpretata, in modo alternativo all'ipotesi dell'esistenza della DM come previsto dallo SMOc, sulla base della teoria MOND.

Nel caso di piccole accelerazioni (come quelle nei campi gravitazionali galattici), Milgrom ha proposto di considerare l'accelerazione come

$$[7.2.1] \quad (a / a_0) \mathbf{a} \approx \mathbf{g}_N$$

dove $\mathbf{g}_N$ è l'accelerazione gravitazionale convenzionale (indicata anche come $|\mathbf{g}_N| = a_G$) e a_0 è una costante delle dimensioni dell'accelerazione. Quindi dalla relazione newtoniana [7.1.2] e dalla [7.2.1] si ricava $a = (a_0 G M_G)^{1/2} / R$ e ricordando la [7.1.1] si ottiene $V^2/R = (a_0 G M_G)^{1/2} / R$ da cui

$$[7.2.2a] \quad V = (a_0 G M_G)^{1/4}$$

quindi la velocità V risulta indipendente da R e le curve di rotazione per una galassia (finita) diventano asintoticamente piatte, senza ipotizzare componenti di DM.

I tre postulati su cui si regge la teoria MOND sono:

- la quantità a_0 , come definita in [7.2.1], è una costante della natura ed è uguale in ogni sistema fisico (oppure può cambiare nel tempo ma su scala cosmologica, analogamente alla costante di Hubble nel modello cosmologico standard)
- l'accelerazione gravitazionale a_G definita in [7.1.2] è generata da una distribuzione di massa statica e spazialmente simmetrica (ad es. sferica o a forma di disco, nel caso di asimmetrie è necessario modificarla)
- la seconda legge di Newton (proporzionalità di masse inerziali e gravitazionali) rimane valida in un sistema non relativistico (giustificato per le dinamiche galattiche), e rimangono valide

⁸² L'incertezza sulla misura di ρ_B è

$$\Delta \rho_B / \rho_B = 2 \Delta V_{\text{flat}} / V_{\text{flat}} + \Delta q / q + 2 \Delta R_0 / R_0$$

⁸³ L'incertezza sulla misura di M_B è $\Delta M_B / M_B = 2 \Delta V_0 / V_0 + \Delta R_0 / R_0$

⁸⁴ L'incertezza sulla misura di ρ_D è

$$\Delta \rho_D / \rho_D = 2 \Delta V_{\text{flat}} / V_{\text{flat}} + \Delta q / q + 2 \Delta R / R$$

⁸⁵ L'incertezza sulla misura di M_G è

$$\Delta M_G / M_G = \Delta R_{\text{lim}} / R_{\text{lim}} + 2 \Delta V_{\text{flat}} / V_{\text{flat}}$$

⁷⁹ Corsini in D3, pag.9

⁸⁰ Si ha infatti $\text{Vol}_{\text{ellissoide oblato}} = q \text{Vol}_{\text{sfera}}$ per effetto delle omotetie

⁸¹ Corsini e Dalla Bontà in D4, pag.48-51, dei quali si segue l'impostazione per la determinazione delle masse di bulge e disco

anche le usuali misure tramite effetto Doppler delle velocità di rotazione.

Sono stati in seguito sviluppati vari approfondimenti della teoria MOND ma per il confronto delle stime delle masse delle galassie a spirale osservate, nella presente relazione ci si limita a considerare la formula [7.2.2a], che espressa con la massa al primo membro, diventa

$$[7.2.2b] \quad M_G = V^4 / (a_0 G) .$$

Sulla base della relazione barionica di Tully-Fisher (barionic Tully-Fisher, indicata BTF), scoperta successivamente alla formulazione di Milgrom per la MOND e ristudiata in particolare da Stacy McGaugh⁸⁶ considerando la componente stellare e di gas, si può assumere per a_0 un valore di riferimento ottenuto sperimentalmente⁸⁷ $a_0 \approx (1.2 \pm 0.24) \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$ quindi si può riscrivere la [7.2.2b] come⁸⁸

$$[7.2.3] \quad M_G \approx (63 \pm 13) V_{\text{flat}}^4 [M_{\text{Sun}}]$$

considerando V_{flat} espressa in Km/s e le misure riportate nella Sez.7.11, che rappresenta una stima della massa totale della galassia.

7.3 Analisi della relazione di accelerazione radiale (RAR)

McGaugh e Lelli hanno analizzato le accelerazioni di 153 galassie di diverse tipologie morfologiche⁸⁹, confrontandole con le accelerazioni previste dall'equazione di Poisson⁹⁰.

Le accelerazioni confrontate, osservata $g_{\text{obs}} = V^2/R$ e barionica g_{bar} , sono state quindi ottenute in modo indipendente e dimostrano una correlazione molto forte tra la massa del tracciante stellare e la sua luminosità, ovvero una significativa costanza del rapporto Υ , con misure effettuate nel vicino IR a 3.6 μm .

Inoltre è stato verificato che se per i dischi $\Upsilon_D = 0.50$, per i bulges, più ricchi di stelle vecchie, il valore è $\Upsilon_B = 0.70$, ovvero tra i rapporti sussiste la relazione

$$[7.3.1] \quad \Upsilon_D / \Upsilon_B = 5 / 7 \quad \text{ovvero} \quad M_D = 5 M_B L_D / 7 L_B .$$

Per gli scopi di questa relazione, l'aspetto rilevante è la dimostrazione della costanza dei rapporti Υ sulla base di misurazioni di accelerazione.

Tenendo presente che la costanza dei rapporti Υ è stata verificata per il vicino IR a 3.6 μm , quindi potrebbe non essere altrettanto affidabile nella banda V delle osservazioni svolte.

7.4 Stima della massa sulla base della costanza di Υ

Studio di una funzione di densità di massa

Per il disco galattico, sulla base delle approssimazioni previste per la dinamica newtoniana e delle conclusioni di McGaugh e

Lelli in merito alla costanza di Υ (approfondite nella Sez.7.3), che lega direttamente la luminosità alla massa, ho cercato una funzione della densità di massa (funzione del raggio) che rispettasse la realtà osservativa delle velocità di rotazione costanti nel disco galattico.

Ho quindi considerato una funzione analoga alla distribuzione di brillantezza superficiale (SB), detta di Freeman (P11), per i dischi

$$[7.4.1] \quad I(R) = I_0 \exp(-R/h)$$

dove h è un parametro di scala per il raggio che si ottiene dalle misure di fotometria, I_0 è il valore di SB al centro, ovvero ho adottato per la densità di massa la funzione⁹¹

$$[7.4.2] \quad \rho_D(R) = \rho_0 \exp[-\delta(R/R_0)]$$

dove ρ_0 è il valore di ρ per $R = 0$, R_0 è il raggio del bordo interno del disco galattico (dove si stabilizza la velocità di rotazione della componente stellare), δ è un parametro da individuare affinché la funzione $\rho_D(R)$ sia coerente con la costanza delle velocità di rotazione nel disco galattico.

Integrando la [7.4.2] nella [7.1.6] con $V(R) = V_{\text{flat}}$ (velocità di rotazione osservata), si ottiene

$$[7.4.3] \quad \delta = [2 \ln(R) - \ln(V_{\text{flat}}^2 / 4\pi q_D G \rho_0)] R_0 / R .$$

Adottando la [7.4.2] con il parametro [7.4.3] si ottiene ancora la [7.1.11], ovvero $\rho_D(R) = V_{\text{flat}}^2 / 4\pi q_D G R^2$.

La ricerca di una funzione esponenziale per la densità di massa, che soddisfacesse le condizioni osservate, ha portato ad una funzione analoga alla sfera isoterma

$$\rho'(R) = \rho_0 (R/R_0)^{-2}$$

trovata da Cimatti et al. in T2.

Integrando la [7.1.7] da R_0 a R_{lim} , si ottiene la massa del disco galattico

$$M_{D\text{flat}} = (R_{\text{lim}} - R_0) V_{\text{flat}}^2 / G$$

che risulta indipendente dal coefficiente q_D dell'ellissoide oblatto; per la massa della galassia e del bulge valgono quindi le relazioni del modello newtoniano; nel caso in cui le velocità all'interno e alla periferia del disco siano diverse, la relazione per la massa del disco è

$$[7.4.4] \quad M_D = (R_{\text{lim}} V_{\text{lim}}^2 - R_0 V_0^2) / G .$$

Studio di modello basato sulla costanza dei rapporti Υ

Ho ipotizzato un modello basato sulla costanza dei rapporti Υ (cfr Sez.7.3) per stimare la massa dell'intera galassia; per ottenerla è necessario disporre delle misure fotometriche della luminosità totale e del bulge, calcolabili con le informazioni solitamente disponibili, essendo le misure delle strutture centrali in genere meglio determinabili rispetto alle misure delle strutture periferiche come quelle oggetto di questo studio; questa potenziale indecisione sulla scelta dei valori da adottare a causa della dispersione dei valori o delle differenze tra i bracci di spirale è infatti un fattore critico nella stima dei valori R_{lim} e V_{max} che sono fondamentali per la determinazione della massa. La base di riferimento è la massa determinata per il bulge, quindi con velocità stimate nel tratto rigido a densità di massa

⁸⁶ McGaugh in P8, nel quale rielabora l'originale relazione di Tully e Fisher (P16), che proponeva per le galassie a disco la relazione $L \propto (\Delta V)^n$ con $n \approx 2.5-4$, dove L è la luminosità ottica e ΔV è l'ampiezza della curva di velocità

⁸⁷ Famaey and McGaugh in P5 e in P9, pag.19 passim, considerato per la parte relativa alla stima di a_0

⁸⁸ In questa formula non è stata considerata l'incertezza sulla misura di V ; l'incertezza sulla massa è $\Delta M_{\text{gal}}/M_{\text{gal}} = 4 \Delta V_{\text{flat}}/V_{\text{flat}} + \Delta a_0/a_0$

⁸⁹ In particolare negli studi P5 e P6

⁹⁰ $\nabla^2 \Phi_{\text{bar}} = 4\pi G \rho_{\text{bar}}$, ottenendo con metodi numerici la somma delle componenti barioniche $g_{\text{bar}} = |\partial \Phi_{\text{bar}} / \partial R|$; (oltre le mie competenze)

⁹¹ In analogia all'esempio di Cimatti et al. in T2, pag.88

costante, per il quale l'andamento è coerente con la dinamica newtoniana (andamento kepleriano delle velocità).

La stima dei rapporti Υ , basata sui rapporti tra accelerazione barionica e accelerazione osservata degli studi di McGaugh e Lelli, non si basa su relazioni di dinamica newtoniana oltre il bulge e non necessita di DM, eventualmente appoggiandosi alla teoria MOND come supporto teorico o alla BTF come supporto sperimentale.

Il procedimento consiste nel calcolare Υ_B e, considerata la [7.3.1] e che $L_D = L_G - L_B$, dalla relazione

$$M_G = M_B + M_D = M_B (1 + 5 L_D / 7 L_B) \quad \text{si ottiene}^{92}$$

$$[7.4.5] \quad M_G = M_B (2 L_B + 5 L_G) / 7 L_B .$$

La luminosità totale L_G si ottiene dalla magnitudine assoluta determinata con la relazione di Tully-Fisher, disponendo di misure di velocità, o direttamente dai database online o calcolandola con le leggi di de Vaucouleurs o di Freeman (disponendo di R_e e I_e , oppure h e I_0); la luminosità al raggio del bulge L_B si può calcolare con la legge di de Vaucouleurs

$$I(r) = I_e \exp[-7.67(r/r_e)^{1/4} - 1] \quad \text{integrando da 0 a } R_B \text{ la relazione}$$

$$L(r) = \int_0^R 2\pi I(r) r dr \quad \text{ottenendo}^{93}$$

$$[7.4.6] \quad L(R_B) = 8! e^{7.67} \pi I_e R_e^2 \{1 - \exp[-7.67(R_B/R_e)^{1/4}] \cdot \sum_{k=0}^7 [7.67^k (R_B/R_e)^{k/4} / k!]\} / 7.67^8 .$$

Ottenute la luminosità totale L_G , la luminosità del bulge L_B e la massa calcolata al raggio del bulge R_B come approfondito nella Sez.7.1, dalla [7.4.5] si ottiene la massa totale della galassia.

Per confronto con il risultato ottenuto dalla [7.4.5] e perché non per tutte le morfologie delle galassie vale la [7.3.1], si può fare una semplice proporzione, sempre nell'ipotesi della costanza del rapporto Υ , senza distinguere tra bulge e disco⁹⁴

$$[7.4.7] \quad M_G = M_B L_G / L_B .$$

Dall'analisi approfondita dei rapporti Υ_D / Υ_B , in un significativo campione di galassie, si potrebbero cercare empiricamente delle regolarità (schemi ripetuti) per ottenere una taratura 'fine', probabilmente legata alle caratteristiche morfologiche e alla popolazione stellare, fermo il principio generale della costanza dei rapporti Υ .

Studio di un modello basato sul teorema del viriale

Nel caso di un bulge (o di una galassia ellittica) in equilibrio stazionario, per stimare la massa della componente non rotante si può utilizzare il teorema del viriale, verificate le altre premesse per la sua applicabilità: simmetria sferica, Υ costante, popolazione stellare omogenea. La relazione generale è⁹⁵

⁹² L'incertezza su M_G è

$$\Delta M_G / M_G = \Delta M_B / M_B + (\Delta L_G / L_G + \Delta L_B / L_B) 5 L_G / (2 L_B + 5 L_G)$$

⁹³ Per questa relazione stimo l'incertezza sulla misura L_B considerandola analoga a quella per L_G , che si ottiene dalla relazione per la luminosità totale (integrando per $R \rightarrow \infty$) $L_G = 7.22 \pi R_e^2 I_e$; quindi $\Delta L_B / L_B = 2 \Delta R_e / R_e + \Delta I_e / I_e$

⁹⁴ L'incertezza su M_G è $\Delta M_G / M_G = \Delta M_B / M_B + \Delta L_G / L_G + \Delta L_B / L_B$

⁹⁵ Cimatti et al. in T2, pag.145-147

$$[7.4.8] \quad M_{\text{vir}} = k_{\text{vir}} R_e \sigma_0^2 / G$$

dove R_e è il raggio efficace che si ottiene dalla fotometria⁹⁶, k_{vir} è il coefficiente viriale che, per un profilo di SB del tipo $R^{1/4}$ e σ_0 misurato in un raggio inferiore a $R_e/8$, può assumere il valore $k_{\text{vir}} \approx 4.7$, σ_0 è la dispersione di velocità centrale della componente stellare.

La [7.4.8] si può esprimere quindi come⁹⁷

$$[7.4.9] \quad M_B \approx 1.093 \cdot 10^2 R_e \sigma_0^2 [M_{\text{Sun}}]$$

considerando R_e espresso in pc, σ_0 espresso in Km/s e le misure riportate nella Sez.7.11.

7.5 Errori di misura e analisi del rapporto S/N

Gli errori sistematici sono gestiti con le correzioni del bias, del flat field e l'allineamento del segnale sull'asse verticale, oltre all'eliminazione della vignettatura, dei raggi cosmici e alla calibrazione delle lunghezze d'onda.

Gli errori sulle misure si riferiscono principalmente al rumore in funzione del segnale, da cui l'analisi del rapporto S/N. Nella nostra situazione sperimentale sono rilevanti il rumore statistico, il rumore di lettura, il rumore del fondo del cielo.

La distribuzione del rumore statistico in un CCD è poissoniana e riguarda i fotoni ricevuti, ovvero gli elettroni raccolti, ma si considera come funzione del gain⁹⁸

$$f(e^-) = f(G \cdot \text{DN}) = N^{(G \cdot \text{DN})} \exp(-N) / (G \cdot \text{DN})!$$

dove N rappresenta il numero di eventi o misure, DN i conteggi e la deviazione standard è $\sigma_{\text{STAT}} = (N / G)^{1/2}$.

Il rumore di lettura σ_{RON} (Read Out Noise) si misura sui file di bias, opportunamente combinati tra loro per la determinazione del livello zero del segnale, ad otturatore chiuso.

Il rumore del fondo del cielo σ_{SKY} si misura nelle parti prive di righe in uno spettro non lavorato, nel presupposto (semplificativo) che le deviazioni standard sulle misure effettuate siano da attribuire solo al fondo del cielo.

Infine i rumori vengono sommati quadraticamente

$$\sigma_{\text{DN}} = (\sigma_{\text{STAT}}^2 + \sigma_{\text{RON}}^2 + \sigma_{\text{SKY}}^2)^{1/2} .$$

Nella pratica, gli errori di lettura si ricavano direttamente dalle immagini degli spettri, come dettagliato nella Sez.4.2, e dall'analisi dei dati sperimentali di una sorgente fissa (righe di emissione e fondo del cielo), con coordinate logaritmiche si ottiene una funzione (di S/N) dell'incertezza, ad esempio sulle velocità, del tipo a legge di potenza, da applicare alla sorgente remota

$$[7.5.1] \quad \sigma_v = a (S/N)^{-b}$$

dove a e b (entrambi positivi) sono i parametri empirici ottenuti dalle interpolazioni dei dati misurati e σ_v è l'incertezza sulle misure di velocità.

⁹⁶ Il raggio efficace R_e si deve riferire al bulge (o all'intera galassia, nel caso si tratti di una galassia ellittica)

⁹⁷ In questa formula non sono ancora state considerate le incertezze sulle misure di R_e e σ_0^2 : l'incertezza sulla massa M_B è $\Delta M_B / M_B = \Delta R_e / R_e + 2 \Delta \sigma_0 / \sigma_0$

⁹⁸ Il gain è il rapporto tra gli elettroni del CCD e i 'conteggi' o ADU (Analogic to Digital Unit) o DN (Data Number), $G = e^- / \text{ADU} = e^- / \text{DN}$

Una valida opzione è l'utilizzo del metodo Monte Carlo, basato sulla simulazione numerica della distribuzione di approssimazioni casuali generate secondo un algoritmo di controllo nel campo delle misure oggetto della ricerca (ovvero valori generati casualmente aggiunti come errore, in modo tale che il loro valore medio sia nullo e i valori risultanti appartengano ad una distribuzione gaussiana).

L'implementazione di algoritmi che analizzano automaticamente le immagini degli spettri, reiterando centinaia o migliaia di volte la simulazione di Monte Carlo, consente di ottenere stime efficaci in brevissimo tempo.

7.6 Determinazione della velocità cosmologica

Per la determinazione della velocità cosmologica delle galassie⁹⁹, necessaria per la determinazione della distanza e la valutazione delle misure di lunghezza dei raggi, disponendo della velocità V_{radiale} misurata lungo la LOS, bisogna tener conto delle componenti significative dovute al moto di rivoluzione della Terra intorno al Sole ($V_{\text{rivoluzione}}$), al moto di rivoluzione del Sole intorno alla nostra galassia e al moto peculiare della galassia stessa (queste due componenti si misurano insieme rispetto alla radiazione di fondo cosmico a 3 K).

Per determinare la prima, $V_{\text{rivoluzione}}$, che dipende dalla direzione di osservazione nel momento delle esposizioni, si utilizza la funzione *rvcorrect* del programma IRAF.

La seconda dipende dalla posizione dell'oggetto osservato sulla sfera celeste e si determina con la relazione

[7.6.1]

$$\Delta V_{3k} = V_{\text{apex}} [\sin(b) \sin(b_{\text{apex}}) + \cos(b) \cos(b_{\text{apex}}) \cos(l - l_{\text{apex}})]$$

dove ΔV_{3k} rappresenta il moto del Sole rispetto alla radiazione di fondo cosmico, l_{apex} , b_{apex} , V_{apex} sono la posizione e la velocità dell'apice solare¹⁰⁰, l e b le coordinate galattiche dell'oggetto.

La stima della velocità cosmologica dell'oggetto osservato è quindi¹⁰¹

$$[7.6.2] \quad V_{\text{cosmologica}} = V_{\text{radiale}} + \Delta V_{3k} + V_{\text{rivoluzione}} .$$

7.7 Deproiezione del campo di velocità radiale

La velocità radiale misurata V_{LOS} di un punto del disco galattico, inclinato rispetto alla LOS, deve essere deproiettata per ottenere la velocità intrinseca di rotazione $V_{\text{deproiettata}}$.

Nel caso in cui il punto non appartenga all'asse maggiore del disco, per determinare $V_{\text{deproiettata}}$ è necessario utilizzare la relazione tra gli angoli (misurati in senso antiorario a partire dalla linea dei nodi) nel piano del disco galattico (θ) e nel piano del cielo (ω) sul quale si proietta il punto nel quale è stata presa la misura di velocità, data l'inclinazione (i) della galassia¹⁰²

⁹⁹ Pizzella in D5, pag.21-22

¹⁰⁰ Le attuali misure per l'apice solare (cfr D5) sono $l_{\text{apex}} = 264.14^\circ$, $b_{\text{apex}} = +48.26^\circ$, $V_{\text{apex}} = 371.0 \text{ Km/s}$

¹⁰¹ Si trascurano le incertezze sulle misure delle componenti correttive, quindi l'incertezza sulla misura di $V_{\text{cosmologica}}$ è

$\Delta V_{\text{cosmologica}} / V_{\text{cosmologica}} = \Delta V_{\text{radiale}} / V_{\text{radiale}}$

¹⁰² Un riferimento per questa relazione è anche in Corsini e dalla Bontà in D4, pag.38; ω rappresenta quindi la differenza tra il PA osservato e quello intrinseco; l'incertezza sulla misura di $\text{tg}(\theta)$ è

$\text{tg}(\theta) = \text{tg}(\omega) / \cos(i)$ o anche $\text{tg}(\theta) = \text{tg}(\omega) / k$ e, determinato l'angolo¹⁰³

$$[7.7.1] \quad \theta = \arctg [\text{tg}(\omega) / \cos(i)]$$

si ottiene il coefficiente di deproiezione¹⁰⁴

$$[7.7.2] \quad \Xi = 1 / \cos(\theta) \sin(i)$$

e la velocità deproiettata¹⁰⁵

$$[7.7.3] \quad V_{\text{deproiettata}} = \Xi (V_{\text{LS}} - V_{\text{sys}}) .$$

Per le lunghezze (misurate non lungo l'asse maggiore intrinseco) è necessario considerare l'anomalia (ovvero la lunghezza osservata R , cfr [7.9.1]) espressa in coordinate centrali e in funzione del raggio della circonferenza circoscritta (ovvero la forma intrinseca della galassia); con l'ipotesi che l'andamento ellittico sia lo stesso al variare del raggio in tutta la galassia quindi valga sempre la stessa proporzione $R_{\text{deproiettata}} / R = \Theta$ ¹⁰⁶

$$[7.7.4] \quad \Theta = R_{\text{deproiettata}} / R = [1 + (k^2 - 1) \cos^2(\omega)]^{1/2} / k$$

dove ω rappresenta l'angolo tra l'asse maggiore osservato e l'asse maggiore intrinseco (ovvero la differenza tra i relativi angoli di posizione).

7.8 Stima della distanza con la relazione di Tully-Fisher

Per la stima della distanza della galassia, ricavando la magnitudine apparente dalla fotometria e le curve di velocità dalla spettroscopia, è possibile utilizzare la relazione di Tully-Fisher (cfr P16), ottenendo la magnitudine assoluta dalla relazione generale¹⁰⁷

$$\mathcal{M} = A - \alpha (\lg(W^i) - 2.5)$$

dove A è il 'punto zero' di riferimento, α un parametro che dipende dalla banda di osservazione, W^i è l'ampiezza della curva di velocità, corretta per inclinazione, normalmente considerata ad una percentuale del flusso (20% o 50%); i valori utilizzati sono quelli della recente calibrazione, in particolare nella banda V , dello studio di Shoko et al. in P17¹⁰⁸

$$[7.8.1] \quad \mathcal{M}_V = -9.01 (\lg(\Delta_{\text{TF}} V_{20}) - 2.5) - 20.27$$

con questa si ottiene la distanza utilizzando il modulo di distanza, tenendo conto dell'estinzione¹⁰⁹

$$[7.8.2] \quad D_0 = 10^{[(m - \mathcal{M}) + 5 - A] / 5} .$$

$$\Delta \text{tg}(\theta) / \text{tg}(\theta) = \Delta \omega / \sin(\omega) \cos(\omega) + \Delta i \text{tg}(i)$$

¹⁰³ L'incertezza sulla misura di θ è $\Delta \theta = \cos^2(\theta) \Delta \text{tg}(\theta)$

¹⁰⁴ L'incertezza sulla misura di Ξ è $\Delta \Xi / \Xi = \Delta \theta \text{tg}(\theta) + \Delta i \text{tg}(i)$

¹⁰⁵ L'incertezza sulla misura di $V_{\text{deproiettata}}$ è

$\Delta V_{\text{deproiettata}} / V_{\text{deproiettata}} = \Delta V_{\text{LOS}} / V_{\text{LOS}} + \Delta V_{\text{SYS}} / V_{\text{SYS}} + \Delta \Xi / \Xi$

¹⁰⁶ In considerazione dell'esigua misura di questa correzione si considera l'incertezza sul coefficiente Θ come $\Delta \Theta / \Theta = \Delta R / R$ e l'incertezza su $R_{\text{deproiettata}}$ come $\Delta R_{\text{deproiettata}} / R_{\text{deproiettata}} = \Delta \Theta / \Theta + \Delta R / R = 2 \Delta R / R$

¹⁰⁷ Cimatti et al. in T2, pag.99-101

¹⁰⁸ Al posto della misura W_{20} , come riportato nello studio P17, che si riferisce a misure nella banda radio della riga dell'HI a 21 cm, è stata utilizzata la misura $\Delta_{\text{TF}} V_{20}$ ottenuta dalle curve di velocità misurate al 20% del massimo del flusso; l'incertezza sulla misura di $\mathcal{M}_V$ è $\Delta \mathcal{M}_V = 9.01 \lg(e) \Delta(\Delta_{\text{TF}} V_{20}) / \Delta_{\text{TF}} V_{20}$, dove $\Delta(\Delta_{\text{TF}} V_{20}) = 2 \Delta V_{20}$; a questa va aggiunta l'incertezza intrinseca $\Delta \mathcal{M}_{V \text{intrinseca}} = 0.22 \text{ mag}$ (cfr P17)

¹⁰⁹ L'incertezza sul modulo di distanza, trascurando l'incertezza sull'estinzione, è $\Delta(m - \mathcal{M})_V / (m - \mathcal{M})_V = \Delta m_V / m_V + \Delta \mathcal{M}_V / \mathcal{M}_V$; l'incertezza sulla distanza è $\Delta D_0 / D_0 = \ln(10) \Delta(m - \mathcal{M})_V / 5$

7.9 Normalizzazione delle misure

Noto il valore di distanza D si ottengono le conversioni lineari in pc delle misure in arcsec, utilizzando la relazione generale¹¹⁰

$$[7.9.1] \quad r = D \alpha'' / 206265$$

dove $\alpha'' < 5^\circ$ è l'angolo in secondi d'arco che sottende la lunghezza r alla distanza D . Per il telescopio Galileo utilizzato si ha $1 \alpha'' = 1 \text{ px}$ del sensore CCD, quindi la coordinata y del sensore (senza incertezza) è stata utilizzata come misura di arcsec.

Per ottenere le misure deproiettate si considera l'inclinazione¹¹¹

$$[7.9.2] \quad r^i = r / k = r / \cos(i) \quad .$$

Poiché gli studi si basano su stime di distanza delle galassie diverse tra loro e da quella misurata D_0 , nonché da diverse misure per il rapporto k tra gli assi principali del disco quindi per l'inclinazione, affinché queste stime siano direttamente confrontabili con quelle del presente studio ho introdotto dei coefficienti per normalizzare i dati:

- per l'inclinazione¹¹²

$$[7.9.3] \quad \Phi_x = i_0 / i_x$$

dove i_x è l'inclinazione della galassia utilizzata nei rispettivi studi;

- per le distanze¹¹³

$$[7.9.4] \quad \Omega_x = D_0 / D_x$$

dove D_x è la distanza della galassia utilizzata nei rispettivi studi; il coefficiente Ω_x si può applicare direttamente alla normalizzazione delle masse, data la proporzionalità diretta della massa al raggio in parsec e del raggio in parsec alla distanza, quindi della massa alla distanza, ipotizzando che l'algoritmo utilizzato per il calcolo delle masse sia il [7.1.12];

- per le velocità¹¹⁴

$$[7.9.5] \quad \Psi_x = \sin(i_x) / \sin(i_0)$$

poiché per ottenere le velocità deproiettate si utilizza la relazione $V_x^i = V_x / \sin(i_x)$, dove i_x e V_x sono l'inclinazione e la velocità della galassia utilizzate nei rispettivi studi; per la normalizzazione delle masse in relazione alle velocità (normalizzate), ipotizzando che l'algoritmo utilizzato per il calcolo delle masse sia il [7.1.12], il coefficiente va applicato al quadrato, essendo la velocità espressa al quadrato.

Applicando alle stime delle masse i coefficienti [7.9.4] e [7.9.5] si ottengono le masse normalizzate¹¹⁵

$$[7.9.6] \quad (M_x)_{\text{norm}} = M_x \Omega_x \Psi_x^2 \quad .$$

¹¹⁰ L'incertezza sulla misura di r in arcsec è $\Delta r/r = \Delta D/D$; α'' viene considerato senza incertezza

¹¹¹ L'incertezza sulla misura di r^i è $\Delta r^i/r^i = \Delta r/r + \Delta k/k$ ovvero

$$\Delta r^i/r^i = \Delta r/r + \text{tg}(i) \Delta i$$

¹¹² L'incertezza sulla misura di Φ_x è $\Delta \Phi_x/\Phi_x = \Delta i_0/i_0 + \Delta i_x/i_x$

¹¹³ L'incertezza sulla misura di Ω_x è $\Delta \Omega_x/\Omega_x = \Delta D_0/D_0 + \Delta D_x/D_x$

¹¹⁴ L'incertezza sulla misura di Ψ_x è $\Delta \Psi_x/\Psi_x = \Delta i_x/\text{tg}(i_x) + \Delta i_0/\text{tg}(i_0)$

¹¹⁵ L'incertezza sulla misura di $(M_x)_{\text{norm}}$ è
 $\Delta (M_x)_{\text{norm}}/(M_x)_{\text{norm}} = \Delta M_x/M_x + \Delta \Omega_x/\Omega_x + 2 \Delta \Psi_x/\Psi_x$

7.10 Approfondimento sulla struttura di NGC7217

Il recente studio di Fabricius et al. (P13)¹¹⁶, ha approfondito le conoscenze su NGC7217, smentendo alcune precedenti ipotesi sulla contro rotazione delle diverse componenti stellari e confermando i dati di fotometria di Buta et al. (P12); sono state individuate due componenti: una più luminosa ($\approx 77\%$ del totale) con alta dispersione di velocità ($\approx 170 \text{ Km/s}$) e rotazione lenta ($\approx 50 \text{ Km/s}$) e una meno luminosa ($\approx 23\%$ del totale) con bassa dispersione di velocità ($\approx 20 \text{ Km/s}$) e rotazione veloce ($\approx 150 \text{ Km/s}$). Le due velocità sono state associate a componenti definite *hot* (quella con maggior dispersione di velocità) e *cold* (quella con minore dispersione di velocità) e interpolate con una distribuzione basata su una doppia gaussiana

$$f(v) = \frac{A_{\text{cold}}}{\sigma_{\text{cold}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\mu_{\text{cold}})^2}{2\sigma_{\text{cold}}^2}} + \frac{A_{\text{hot}}}{\sigma_{\text{hot}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\mu_{\text{hot}})^2}{2\sigma_{\text{hot}}^2}}$$

come evidenziato nella Fig.24, nel grafico a sinistra per l'asse maggiore e nel grafico in mezzo per l'asse minore.

L'anello interno, inclinato rispetto al disco, mostra un aumento della dispersione di velocità del gas, indice di una possibile natura risonante dell'anello ma anche di formazione stellare in corso; a questo anello segue esternamente un anello di polveri. Alcune analisi su Fe e Mg indicano una probabile formazione più breve di stelle nello sferoide (più simile a quello delle galassie ellittiche che ad un bulge di galassia a spirale) e più recente o più longeva nel disco, dove ci sono attività di ricrescita. Il confronto e la buona corrispondenza con i dati fotometrici di Buta et al. (P12) ha consentito di confermare il modello della SB del tracciante stellare della galassia, come riportato nella Fig.24 a destra per le regioni più interne.

Si tratta quindi di una galassia con due bracci principali di spirale dominata dallo sferoide ($\approx 70\%$ della luminosità totale, in banda B ma anche nelle misure effettuate in banda V, cfr Sez.5.4), gli anelli rappresentano $\approx 4\%$.

Nella banda V si può schematizzare come segue la sequenza dei raggi principali della struttura¹¹⁷:

R_1	R_{ai}	h	R_e	R_B	R_{ae}	R_{lim}
0_6_31_43_50_58					154	235 arcsec
0_0.5_2.5_3.5_4.1_4.8					12.6	19.2 Kpc

dove R_1 è la distanza alla quale si stabilizza la velocità di rotazione (internamente al bulge), R_{ai} è il raggio interno dell'anello interno (largo circa 4 arcsec), h è il parametro di scala della funzione di distribuzione di SB di Freeman, R_e è il raggio efficace, R_B è il raggio del bulge, R_{ae} è il raggio interno dell'anello esterno, R_{lim} è il raggio limite dei traccianti.

¹¹⁶ Per lo studio è stato utilizzato lo strumento con l'unità a campo integrale basato su fibre ottiche del telescopio di 2,7 m del McDonald Observatory in Texas, ottenendo quindi una LOSVD (line of sight velocity distribution) bidimensionale non parametrica e con alta risoluzione ($R \approx 8700$); in particolare sono state misurate le righe di emissione di [OIII] (righe proibite dell'ossigeno ionizzato due volte)

¹¹⁷ Sono misure estratte dagli studi P13, P12, P15; lo schema è esemplificativo, le misure sono arrotondate e in scala non proporzionale, per la conversione in unità di lunghezza ho utilizzato il valore D_0 calcolato con la legge di Hubble (cfr Sez.4.4)

VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

7.11 Costanti e misure cosmologiche (SI - mks)

Costante di gravitazione universale

$$G = (6.6741 \pm 0.0003) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg s}^2$$

$$\Delta G/G = 4.5 \cdot 10^{-5}$$

$$G = 4.301 \cdot 10^{-3} \text{ Km}^2 \text{ pc} / \text{s}^2 \text{ M}_{\text{Sun}}$$

Parsec

$$\text{pc} = (3.08567802 \pm 0.00000002) \cdot 10^{16} \text{ m}$$

$$\Delta \text{pc}/\text{pc} = 6.5 \cdot 10^{-9}$$

Costante di Hubble¹¹⁸

$$H_0 = 74.03 \pm 1.42 \text{ Km/s Mpc}$$

$$\Delta H_0/H_0 = 1.9 \cdot 10^{-2}$$

Caratteristiche fisiche del Sole

$$M_{\text{Sun}} = (1.9885 \pm 0.0003) \cdot 10^{30} \text{ Kg}$$

$$\Delta M_{\text{Sun}}/M_{\text{Sun}} = 1.5 \cdot 10^{-4}$$

$$L_{\text{Sun}} = 3.845 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

$$\mathcal{M}_{\text{Sun}} = 4.83 \text{ mag} \quad \text{in banda V}$$

$$\mu_{\text{Sun}} = 26.4 \text{ mag/arcsec}^2 \quad \text{in banda V}$$

Le incertezze note su queste misure (con esclusione della costante di Hubble) sono almeno due ordini di grandezza inferiori rispetto a quelle delle nostre osservazioni e dei dati della letteratura considerata, quindi sono state trascurate.

8 - BIBLIOGRAFIA E FONTI

Testi

- T1 James Binney and Michael Merrifield, *Galactic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton 1998
- T2 Andrea Cimatti, Filippo Fraternali, Carlo Nipoti, *Introduction to Galaxy formation and evolution*, Cambridge University Press, New York 2020

Paper peer-reviewed

- P1 Albert Bosma, *21cm line studies of spiral galaxies. The distribution and kinematics of neutral hydrogen in spiral galaxies of various morphological types*, The Astronomical Journal, 1981P1, 86: 1825-1846, 1981P1
- P2 Vera Rubin et al., *Rotational properties of 23 Sb galaxies*, The Astrophysical Journal, 1982 261:439-456
- P3 Mordehai Milgrom, *A modification of the newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis*, The Astrophysical Journal, 270:365-370, 1983a
- P4 Mordehai Milgrom, *A modification of the newtonian dynamics: implications for galaxies*, The Astrophysical Journal, 270:371-383, 1983b
- P5 Stacy McGaugh e Federico Lelli, *The Radial Acceleration Relation in Rotationally Supported Galaxies*, Physical Review Letters, 2016, arXiv: 1609.05917

- P6 Stacy McGaugh et al., *Dynamical Regularities in Rotating Galaxies*, International Astronomical Union, 2019, arXiv: 1909.02011v1
- P7 Pavel Kroupa, Marcel Pawlowski, Mordehai Milgrom, *The failures of the standard model of cosmology require a new paradigm*, International Journal of Modern Physics D, 2012, arXiv: 1301.3907v1
- P8 Stacy McGaugh, *The baryonic Tully-Fisher relation of galaxies with extended rotation curves and the stellar mass of rotating galaxies*, The Astrophysical Journal, 2005, 632:859-871
- P9 Benoit Famaey, Stacy McGaugh, *Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions*, Living Reviews in Relativity, 15 (2012), art.#10, arXiv:1112.3960
- P10 Márquez et al., *Rotation curves and metallicity gradients from HII regions in spiral galaxies*, Astronomy & Astrophysics, 2002, 393, 389-407
- P11 Ken Freeman, *On the disk of spiral and S0 galaxies*, Astrophysical Journal, 1970, 160.811F
- P12 Buta et al., *NGC7217: a spheroid-dominated, early type resonance ring spiral galaxy*, The Astrophysical Journal, 1995, 450:593-615
- P13 Fabricius et al., *Regrowth of stellar discs in mature galaxies: the two-component nature of NGC 7217 revisited with VIRUS-W*, Royal Astronomical Society, 2014, MNRAS 441.2212-2229
- P14 Muñoz-Mateus et al., *The impact of bars on disk breaks as probed by S4 imaging*, Cornell university, 2018, arXiv: 1304.6083v1
- P15 Fischer & Drory, *The structure of classical bulges and pseudobulges: the link between pseudobulges and Sérsic index*, The Astrophysical Journal, 2008, 136:773-839
- P16 Brent Tully e Richard Fisher, *A new method of determining distances to galaxies*, Astronomy and Astrophysics, 1977, 54, 661-673
- P17 Shoko et al., *The calibration of the Tully-Fisher Relations and the Value of Hubble Constant*, ASP Conference Series, Cosmic Flows 1999: Towards an Understanding of Large-Scale Structure, Vol. 201, 2000
- P18 Rubin et al., *Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies IV. Systematic dynamical properties, Sa → Sc*, The Astrophysical Journal, 1978, 225:L107-L111

Dispense

- D1 Stefano Ciroi e Valentina Cracco, *Laboratorio di Astronomia AA 2014-15*, Dip. Fisica e Astronomia Università di Padova
- D2 Alessandro Pizzella, *IRAF: Riduzione dati spettroscopici long-slit AA 2013-14 ver.2.0*, Dip. Fisica e Astronomia Università di Padova
- D3 Enrico Maria Corsini, *Massa delle galassie AA 2020-21*, Dip. Fisica e Astronomia Università di Padova
- D4 Enrico Maria Corsini ed E. dalla Bontà, *Esercizi di Astrofisica delle Galassie AA 2012-13*, v 3.2, Dip. Fisica e Astronomia Università di Padova
- D5 Alessandro Pizzella, *Cinematica di gas e stelle in galassie*, AA

¹¹⁸ Riess et al., 2019

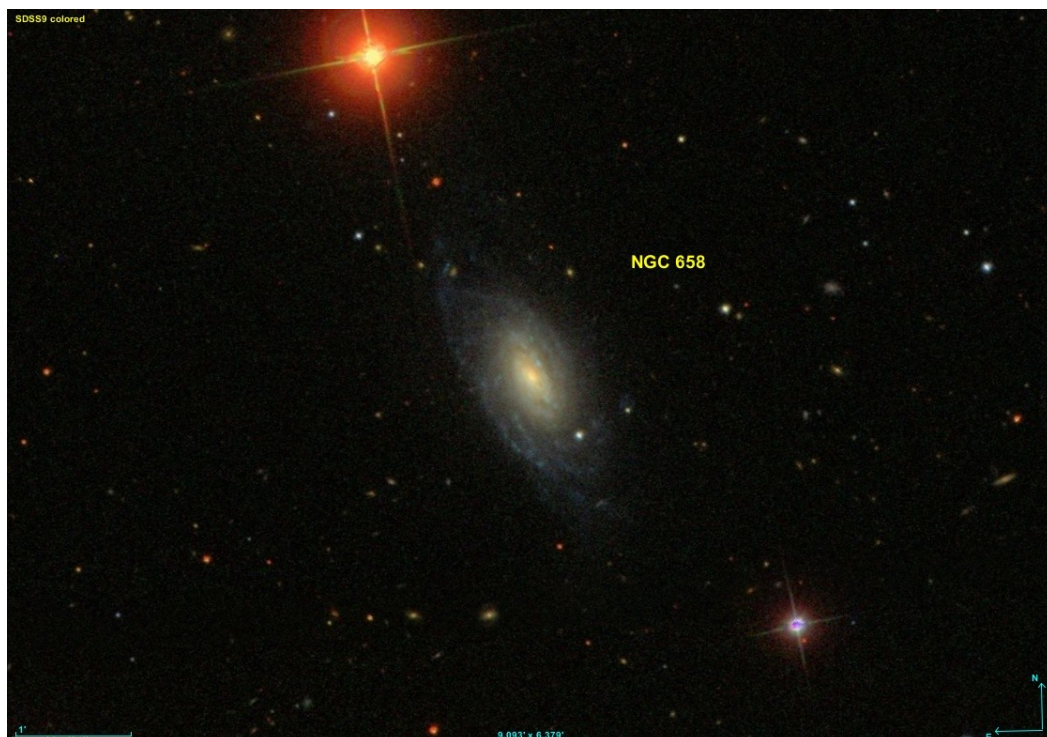
2008-09, Dip. Fisica e Astronomia Università di Padova

9 - FIGURE E GRAFICI

Figura 1: NGC7217 in LRGB (esposizione luminanza 190 minuti, esposizioni filtri R, G, B di 50, 40, 60 minuti), fonte Kent Biggs <https://www.kentbiggs.com>



Figura 2: NGC658 Immagine creata utilizzando il software Aladin Sky Atlas dal Centro dati astronomico di Strasburgo e i dati SDSS (Sloan Digital Sky Survey), crediti a Donald Pelletier



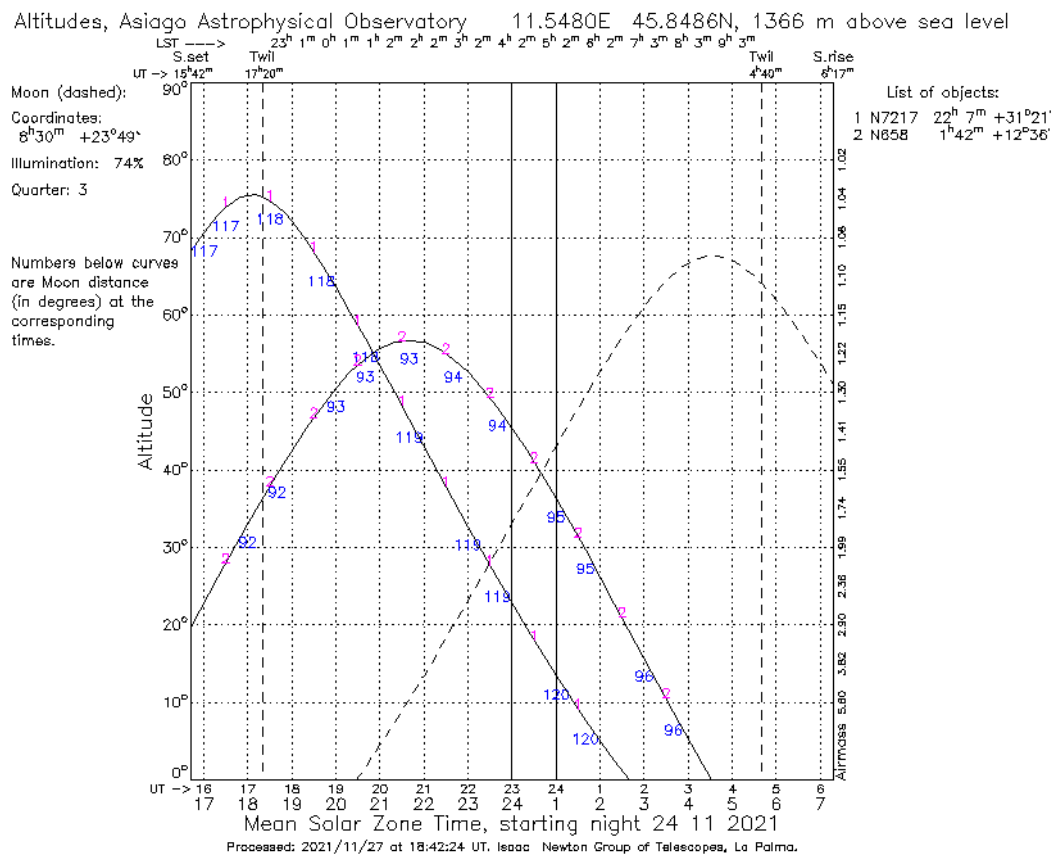


Figura 4: Log della serata di osservazioni

PROF. PIETRELLA									
date 24/11/21		observer(s) BRUNO S. I.		grating 1200		ln/mm 0.29875(°)		telescopio 1.22m Asiago	
spectrum N.	UT	object	expt sec.	slit μ m	filter	P.A. (°)	H (°)	remarks: seeing, clouds, focus etc	
17A100891	16:40	HR 7950 - FEAR	30	290		90		COB - 75°	
2		HR 7950 - 9A	5			1			
3		" - 10A	10						
4	17:00	NGC 7217 - 30m 1	1800			100		PROBABILMENTE TWILA/DOPIA ESP - ROT. 10°	
5		FEAR	30						
6	17:37	NGC 7217 - 30m 2	1800					STELLA GUIDA X 662 y 224	
7		FEAR	30						
8	18:10	NGC 7217 - 30m 3	1800					X 682	
9		FEAR	30						
101000	18:43	NGC 7217 - 30m 4	1800					X 692	
1		FEAR	30						
2	18:16	NGC 7217 - 30m 5	1800					X 672	
3	19:47	FEAR	30						
4	19:58	FEAR	30			20		ROT - 20°	
5	20:02	NGC 658 - 30m - 1	1800					STELLA GUIDA X 474 y 242	
6-7		FEAR	30					DOPIA POLE	
8	20:37	NGC 658 - 30m 2	1800					X 434	
9		FEAR	30						
10	21:11	NGC 658 - 30m - 3	1800					X 444	
11		FEAR	30						
12	21:43	NGC 658 - 30m - 4	1800					X = 454 (NEL 40° LUNA)	
13		FEAR	30						
14-17		FE CAMP - TEST	1					4 POSE FLAT FIELD	
18-31	22:27	BIAS	0-2					14 POSE	
TEMPO SERENO STABILE TEMP. EST. -1°C UMI. 101A 87% VENTO 100° 2-5 KM SKY TEMPERATURE -44°C									

Figura 5: Weather station, situazione all'inizio delle osservazioni

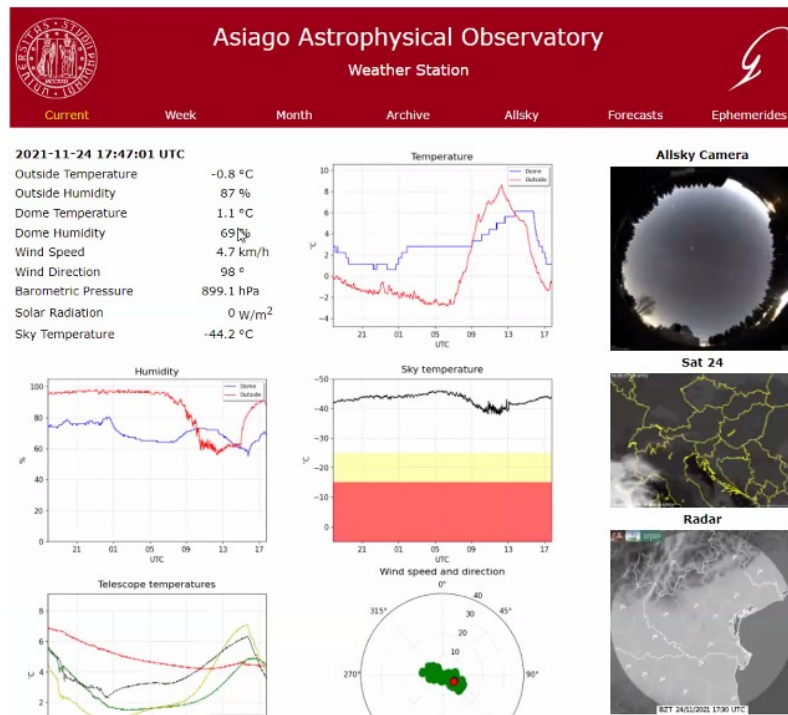


Figura 6: Stelle guida utilizzate per il puntamento automatico: a sinistra per NGC7217, a destra per NGC658; le galassie sono al centro con l'asse maggiore orientato lungo la fenditura (linea nera di riferimento)

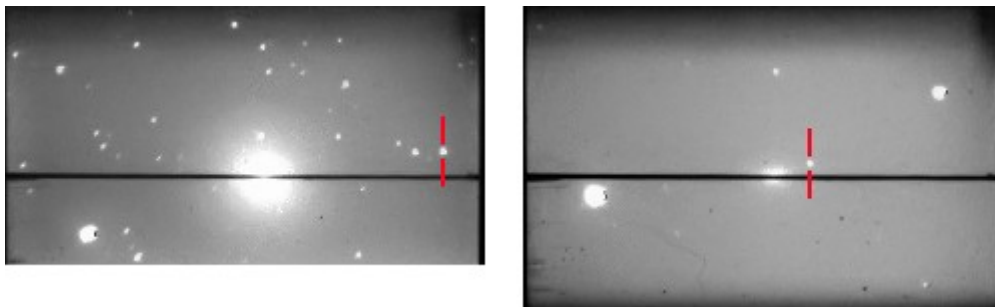


Figura 7: distribuzione dei valori dei pixel (conteggi) dell'immagine di bias originale (a sinistra) e dopo zerocombine (a destra)

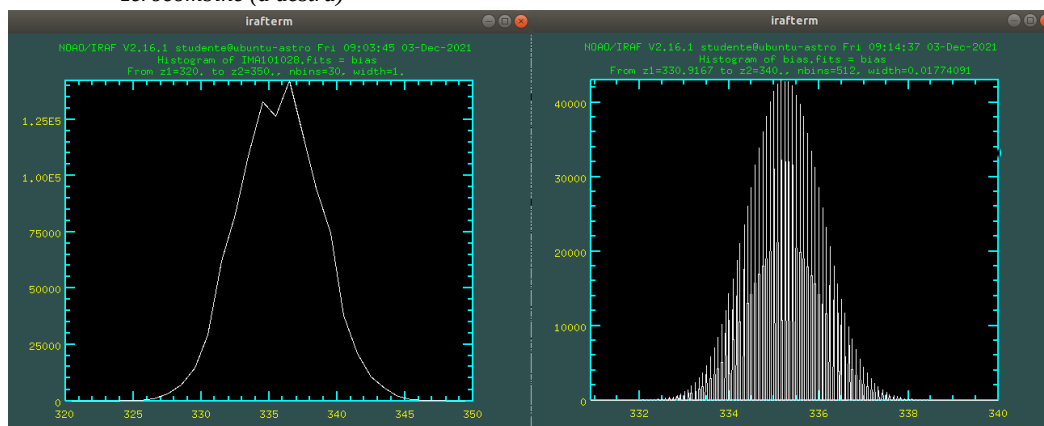


Figura 8: File di bias (IMA101018.fits a destra) e dopo zerocombine (bias.fits a sinistra)

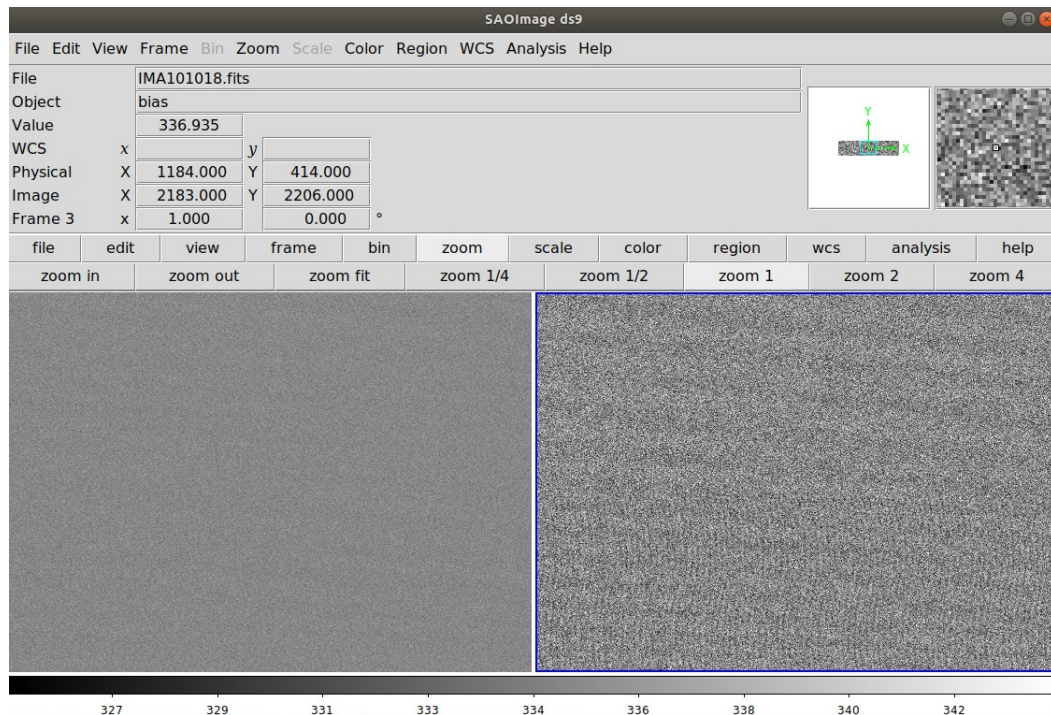


Figura 9: Confronto tra l'immagine originale (IMA101014.fits in alto a sinistra), l'immagine tagliata (in alto a destra), il file normalizzato (in basso a sinistra) e il flat file ottenuto (in basso a destra)

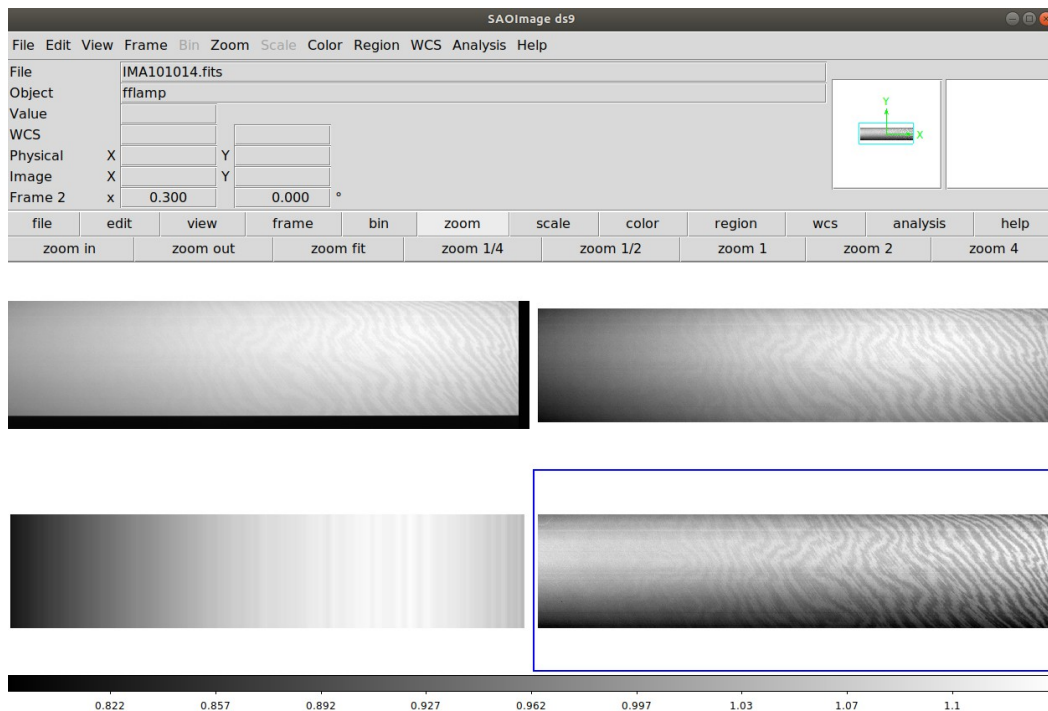


Figura 10: L'immagine originale (IMA100994.fits in alto a sinistra) confrontata con la maschera dei raggi cosmici (in basso a sinistra) per ottenere l'immagine ripulita (in alto a destra)

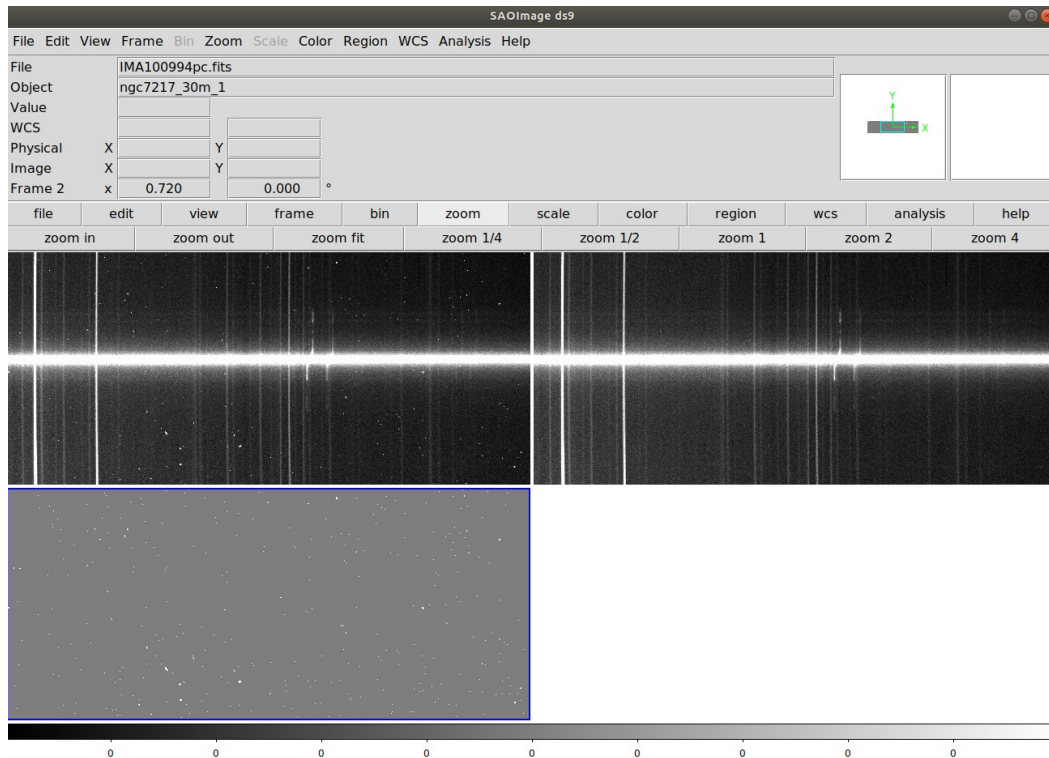


Figura 11: Immagini della galassia NGC7217 dopo la sottrazione dei raggi cosmici; si nota come le immagini siano leggermente spostate una rispetto all'altra, sia lungo l'asse x sia lungo l'asse y

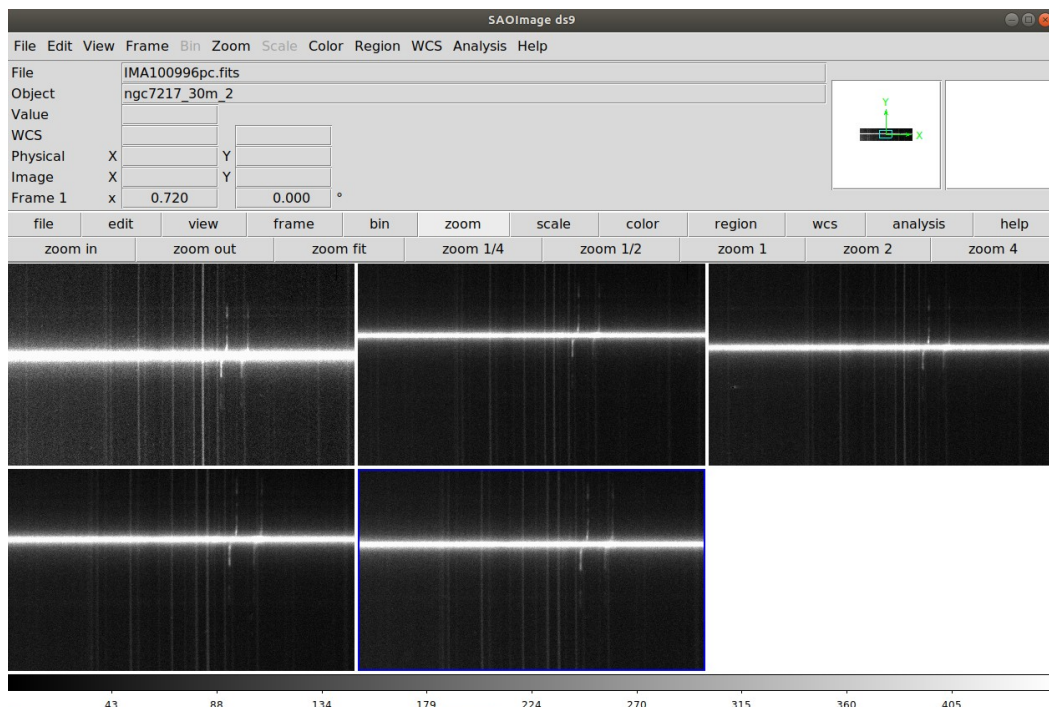
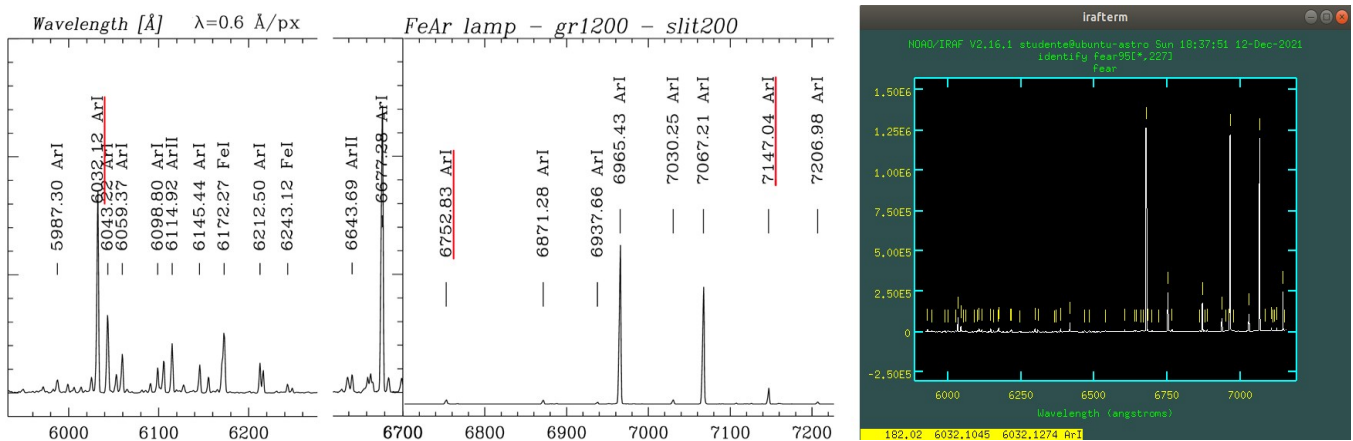


Figura 12: A sinistra lo schema di riferimento delle righe di emissione della lampada Fe-Ar (note: è stata omessa una parte delle λ centrali e le due sezioni del grafico evidenziano dettagli diversi); le λ sottolineate in rosso sono quelle considerate per la calibrazione. A destra l'interfaccia iraterm ha riconosciuto e mappato tutte le righe, sulla base di quelle segnalate.



VALUTAZIONE DELLE MASSE DI NGC7217 E NGC658 SECONDO I MODELLI: NEWTONIANO, MOND, BASATO SU Υ

Figura 15 NGC7217 – Immagine ridotta, dopo la sottrazione del cielo

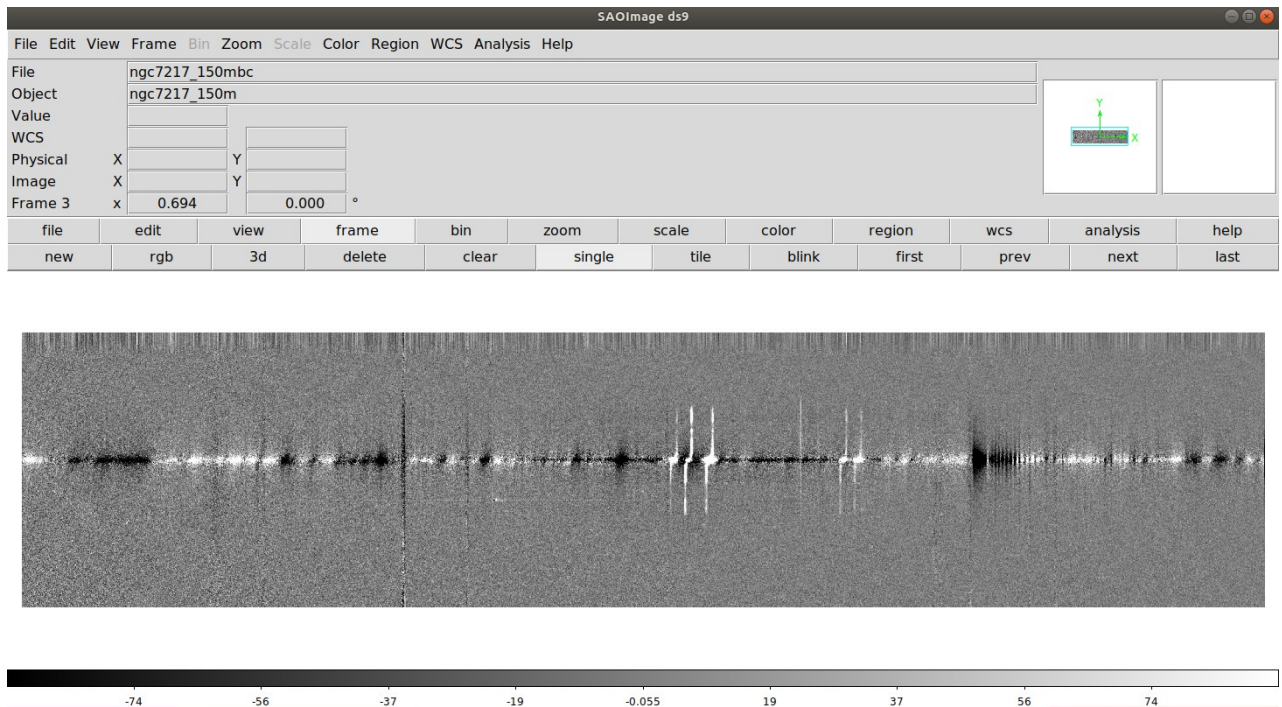


Figura 16 NGC658 – Immagine ridotta, dopo la sottrazione del cielo e del continuo stellare

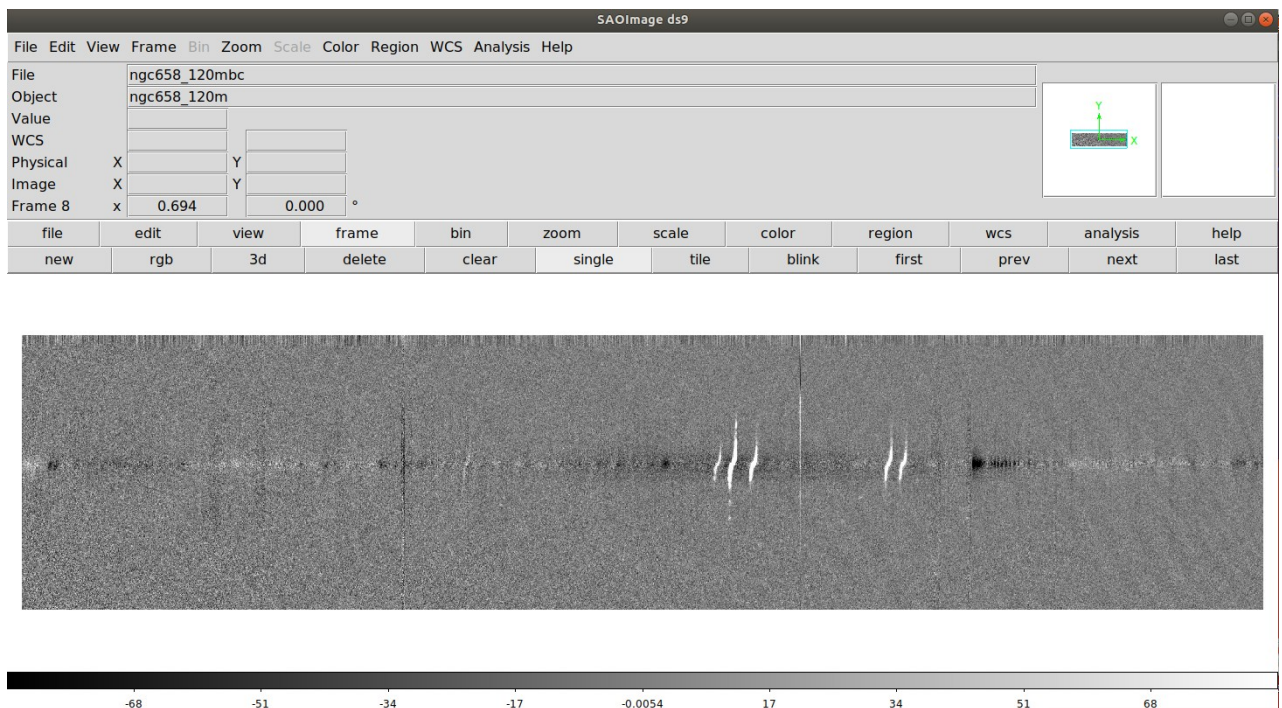


Figura 17 NGC658 - Interfaccia grafica interattiva irafterm, con la quale sono stati marcati i punti alla base delle curve (delle righe) di emissione H α , le più evidenti nelle immagini

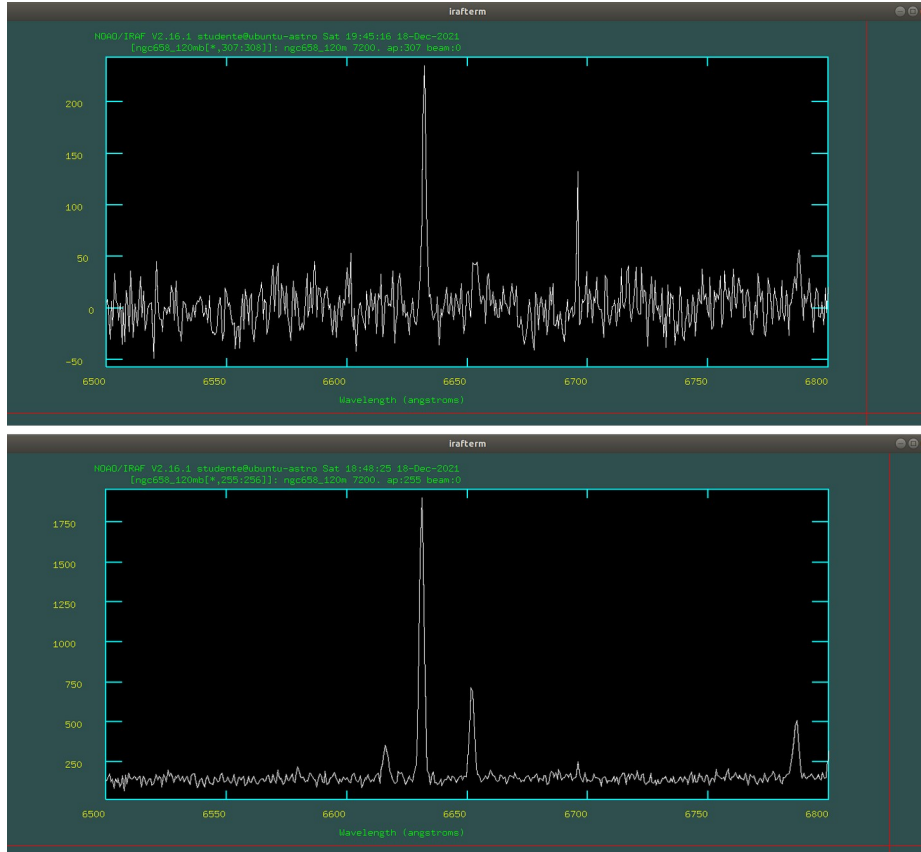


Figura 18 NGC658 - Curve di velocità non deproiettate; nella figura a sinistra sono tracciati i dati come raccolti, nella figura a destra è stata sottratta la velocità di sistema e le curve sono state simmetricamente sovrapposte, per individuare il centro di simmetria (prima stima orientativa, da valutare poi con uno script python dedicato)

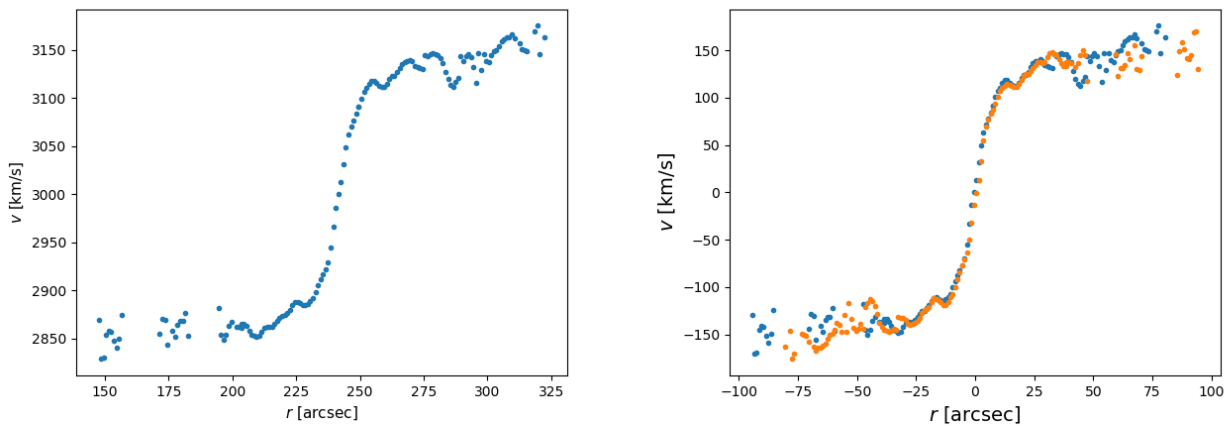


Figura 19 NGC658 – Nell'immagine a sinistra sono tracciati i punti che evidenziano le curve di velocità deproiettate con la velocità di sistema sottratta, con i bracci in avvicinamento (punti in arancione) e in allontanamento (punti blu) sovrapposti; nell'immagine a destra sono evidenziate una curva interpolante del tratto oltre i 5 Kpc (in verde) e la δ_v per ogni punto misurato

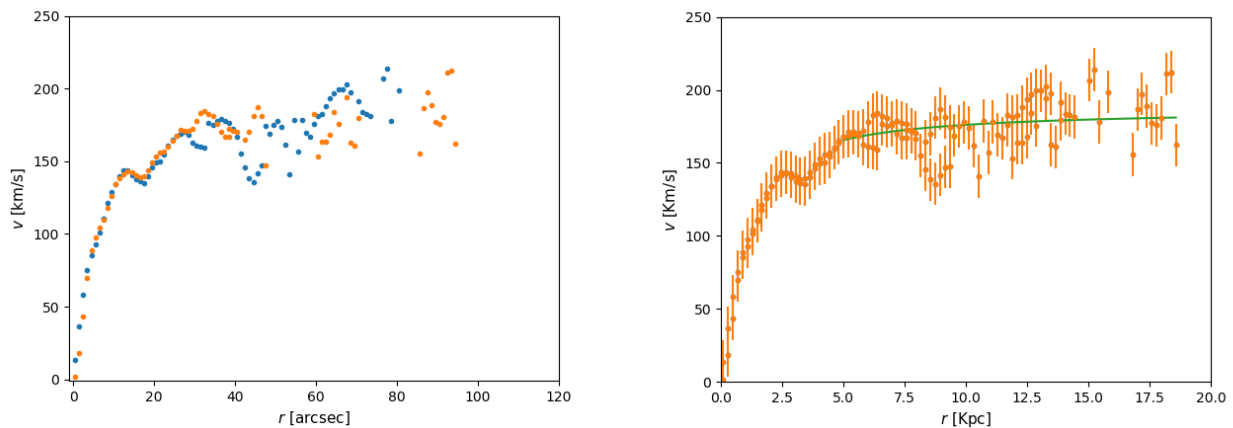


Figura 20: NGC7217 – Nella figura sono tracciati i punti che evidenziano le curve di velocità deproiettate con la velocità di sistema sottratta, con le parti in avvicinamento e in allontanamento separate (a sinistra) e sovrapposte (a destra), dove è riportata la δ_v per ogni punto e la velocità media interpolata al limite delle misure (in verde); le scale delle velocità in ordinata sono diverse per le due immagini

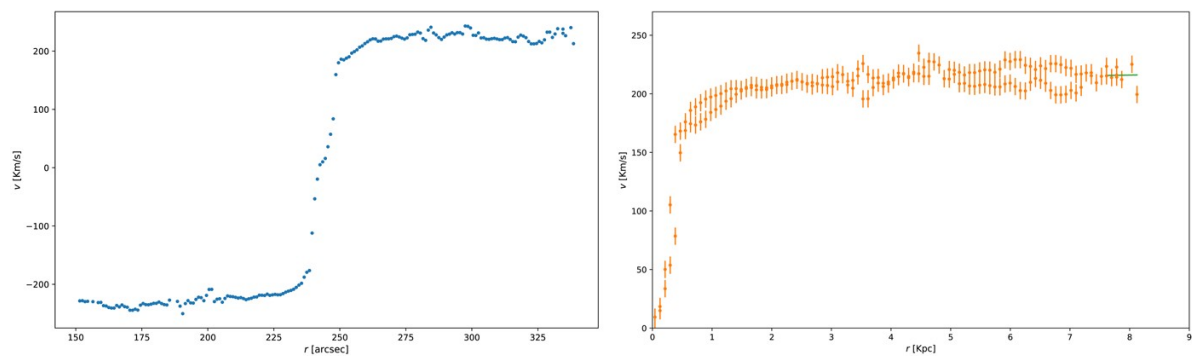


Figura 21 Esempi di interpolazione (linea rossa) delle righe di emissione del cielo (linea blu) con evidenziati i residui (differenza delle curve, linea verde)

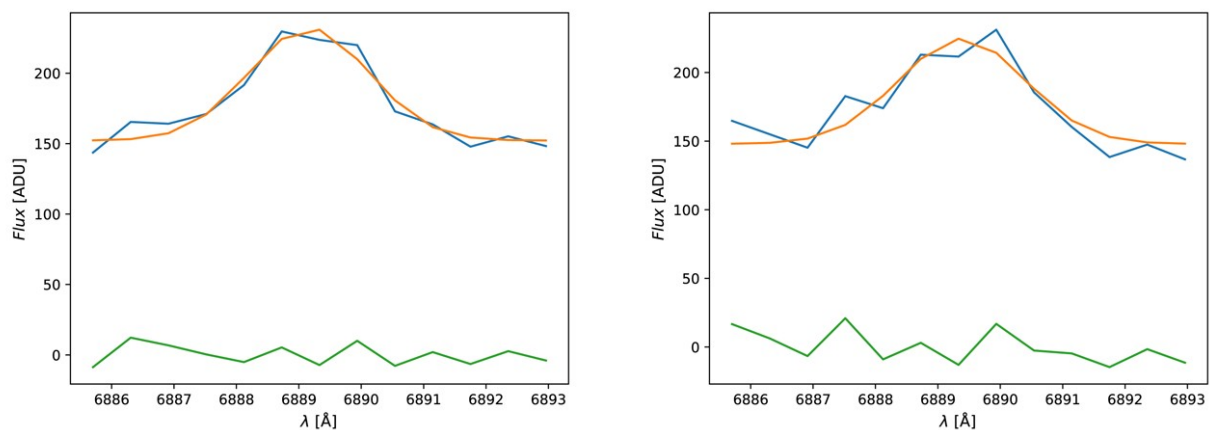


Figura 22 Grafici dell'analisi della deviazione standard delle misure di flusso delle righe del cielo rispetto al rapporto S/N (flusso / conteggi), nella figura a sinistra direttamente con i valori misurati, nella figura a destra applicando i logaritmi ai valori misurati per ottenere una interpolazione lineare

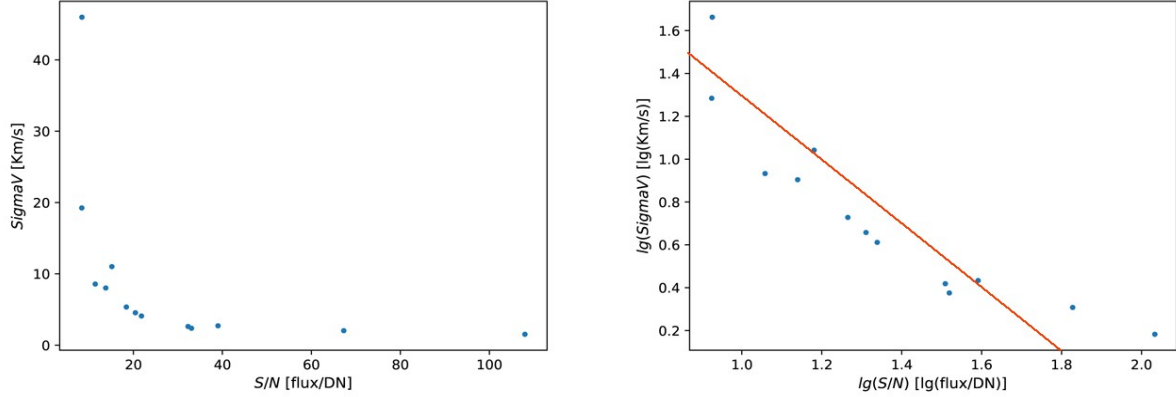


Figura 23: Simulazioni con il metodo Monte Carlo per lo studio automatico del segnale delle righe di emissione H α . Nel grafico a sinistra una interpolazione (linea rossa) con l'aggiunta di rumore poissoniano al segnale (linea blu), con i residui (differenza delle curve) evidenziati (linea verde); nel grafico a destra la distribuzione delle velocità misurate, che deve essere gaussiana

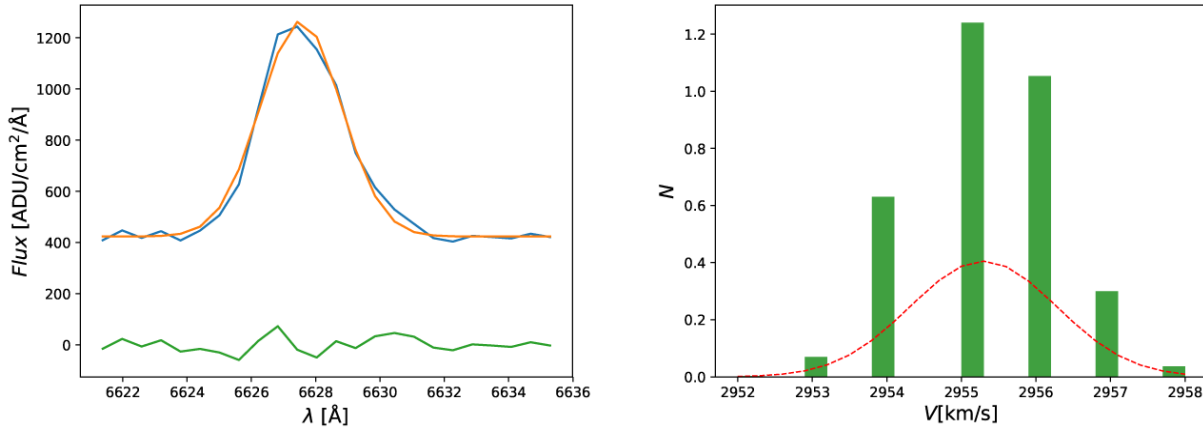


Figura 24: NGC7217 - grafici estratti da Fabricius et al. in P13 evidenziano la distribuzione delle velocità e le relative dispersioni: a sinistra lungo l'asse maggiore della galassia a circa 20 arcsec dal centro galattico, nel grafico in mezzo a circa 19 arcsec lungo l'asse minore; nel grafico a destra sono indicati i modelli di SB per il tracciante stellare: le linee continue sono quelle stimate da Buta et al. in P12, i quadrati riportano la componente hot modellata con una funzione $R^{1/4}$, la componente cold con una esponenziale, la componente dell'anello interno con una gaussiana, tutte misurate lungo l'asse maggiore galattico

